

Revista **CIENCIA APLICADA**

INVESTIGACIÓN • INNOVACIÓN • IMPACTO

Vol. 2
Núm. 1

JUNIO
2026

INGENIERIAS

Soluciones
innovadoras que
transforman
el futuro

CIENCIAS NATURALES

Descubrimientos
que revelan la
complejidad de
nuestro planeta

CIENCIAS EXACTAS

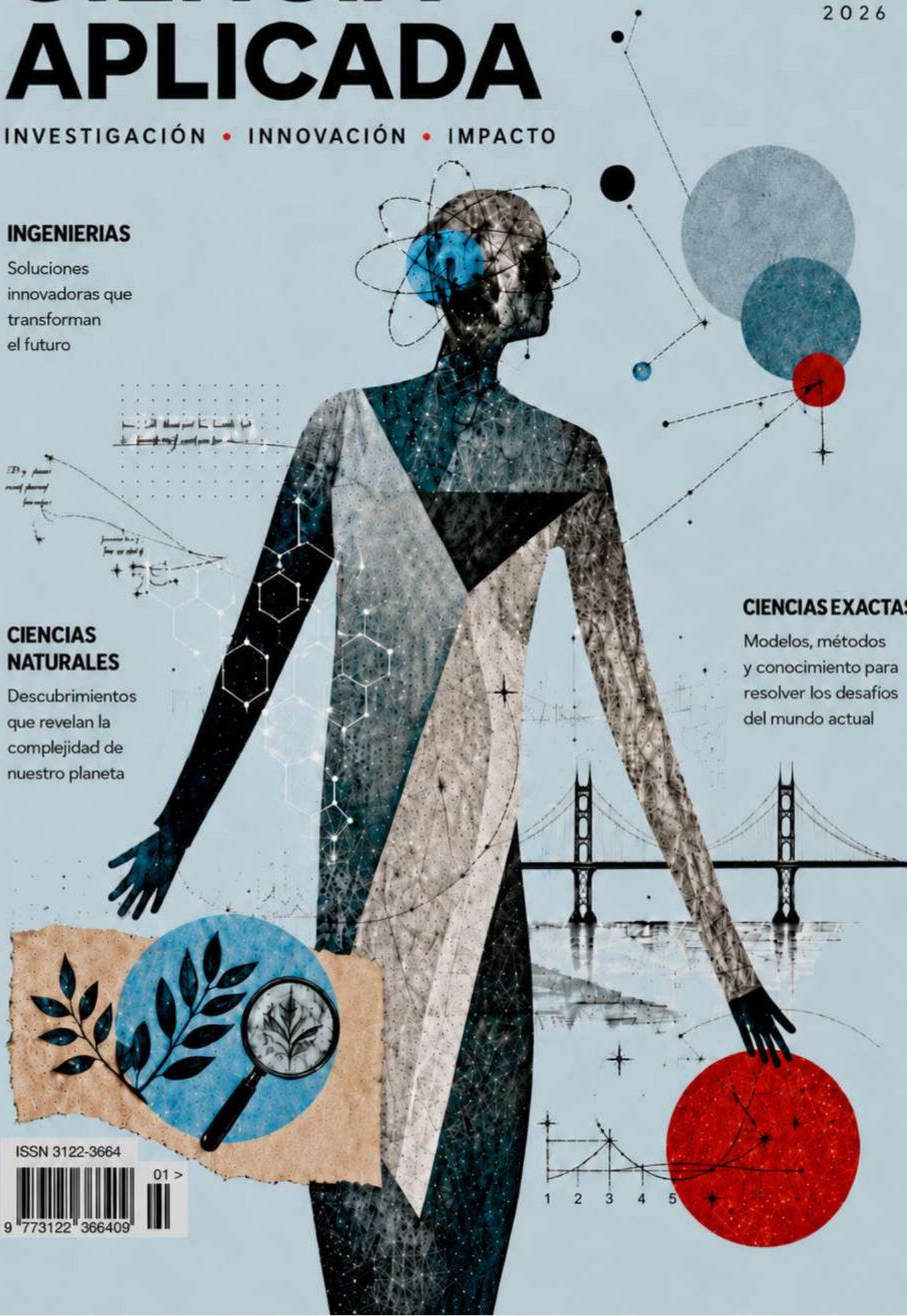
Modelos, métodos
y conocimiento para
resolver los desafíos
del mundo actual

ISSN 3122-3664



01 >

9 773122 366409





Director

José Antonio Muñoz Gómez

Consejo Editorial

Abimael Jiménez Pérez

Gabriela Peña Velasco

Eduardo H. Haro

Jaime Ricardo González Romero

Jesús Ortiz Palacios

Omar Aguilar Loreto

Gustavo Rodríguez Gómez

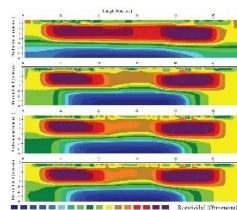


Revista Ciencia Aplicada, año 2, núm. 1, enero-junio de 2026, es una publicación semestral editada por José Antonio Muñoz Gómez, en Ave. Lázaro Cárdenas 320, Lomas de San José, C.P. 48904, Autlán de Navarro, Jalisco, México. Página electrónica de la revista: <https://www.cienciaaplicada.mx>, correo electrónico: editor@cienciaaplicada.mx. Editor responsable: José Antonio Muñoz Gómez. Certificado de Reserva de Derechos al Uso Exclusivo No. 04-2024-103116484200-102, ISSN: 3122-3664, ambos otorgados por el Instituto Nacional del Derecho de Autor. Responsable de la última actualización de este número: José Antonio Muñoz Gómez, Ave. Lázaro Cárdenas 320, Lomas de San José, C.P. 48904, Autlán de Navarro, Jalisco, México, fecha de última modificación: 15 de junio de 2026.

Índice

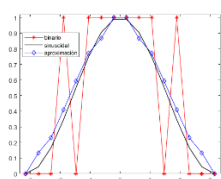
Con este número, la *Revista Ciencia Aplicada* celebra su primer aniversario. Lo que comenzó hace un año como una apuesta por la difusión multidisciplinaria se consolida ahora como un espacio de referencia para la comunicación ágil y rigurosa del conocimiento científico. A lo largo de estos doce meses, la revista ha logrado tender puentes entre investigadores jóvenes y consolidados, integrando perspectivas teóricas y aplicadas en un mismo foro editorial.

Este segundo año de vida editorial renueva el propósito original de la *Revista Ciencia Aplicada*: consolidarse como un vehículo ágil y plural para la difusión de resultados de tesis de licenciatura, maestría y doctorado, así como de investigaciones universitarias, contribuyendo a la democratización de la ciencia en México y en el ámbito internacional.



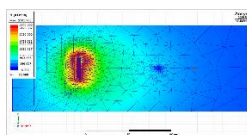
Estudios de resistividad eléctrica en la calle Basilio Badillo (-105.2334°, 20.6028°), Puerto Vallarta, Jalisco 1-14

Christian R. Escudero, Araceli Zamora-Camacho, Mario A. Fuentes-Arreazola, Alejandro Ramírez-Gaytán



Patrones binarios mediante optimización con recocido simulado: planteamiento inicial 15-26

José Antonio Muñoz-Gómez, Luis Alberto Morales-Rosales, Adriana Silva-Mejía



Simulación electromagnética del encapsulado de un acelerómetro MOEMS para uso en transformadores 27-42

Daniel Rivera Rojo, José Mireles Jr. García, Abimael Jiménez Pérez, Ángel Saucedo Carvajal

Estudios de resistividad eléctrica en la calle Basilio Badillo (-105.2334°, 20.6028°) Puerto Vallarta, Jalisco

Christian R. Escudero¹, Araceli Zamora Camacho¹, Mario A. Fuentes Arreazola¹
Alejandro Ramírez Gaytán²

¹ Departamento de Ciencias Exactas, CUCOSTA, Universidad de Guadalajara, Puerto Vallarta, Jalisco, México

² Departamento de Ciencias Computacionales, CUCEI, Universidad de Guadalajara, Guadalajara, Jalisco, México

Resumen: La subsidencia en zonas urbanas, como en la calle Basilio Badillo, en Puerto Vallarta, representa un riesgo para la infraestructura y la seguridad pública, con causas no evidentes y hundimientos recurrentes sin un origen claro. Este estudio buscó determinar si el hundimiento se debe a cavidades subterráneas o a mecanismos como la consolidación diferencial del suelo. Se realizó tomografía de resistividad eléctrica con cuatro transectos lineales dipolo-dipolo, cuyos datos se invirtieron para crear un modelo tridimensional del subsuelo. El modelo mostró una anomalía de baja resistividad (40 ohm-m) en el centro de la calle, coincidente con el hundimiento. Contrasta con valores típicos de cavidades (1,000–3,000 ohm-m) y está en rango para suelos saturados o con compactación heterogénea. Se concluye que la subsidencia se debe a consolidación y compactación diferencial, no a oquedades, por variaciones en humedad y propiedades mecánicas.

Palabras clave: Tomografía de resistividad eléctrica (ERT), Subsidencia urbana, Peligro geotécnico, Compactación diferencial del suelo, Estudios geofísicos no destructivos.

1. Introducción

El hundimiento de calles en zonas urbanas representa un desafío complejo y costoso para la integridad de la infraestructura y la seguridad pública. Este fenómeno, que a menudo se manifiesta como socavones repentinos o depresiones graduales del pavimento, suele ser el resultado de la interacción entre las condiciones naturales del suelo y factores antropogénicos. Las causas comunes incluyen la erosión o consolidación del suelo, fugas en tuberías de servicios públicos antiguas, material de relleno mal compactado y la presencia de huecos naturales o artificiales. Diagnosticar el mecanismo subyacente específico es crucial, ya que una remediación eficaz depende de distinguir con precisión entre causas como cavidades clandestinas, asentamientos diferenciales o fluctuaciones en las aguas subterráneas. Por lo tanto, la investigación proactiva del subsuelo es esencial para la gestión urbana sostenible y la mitigación de riesgos.

A lo largo de las últimas décadas, la tomografía de resistividad eléctrica (ERT) se ha consolidado como un método geofísico no destructivo y rentable para la caracterización del subsuelo en numerosos campos de la ingeniería y el medio ambiente [1, 2]. Históricamente, su aplicación se centró en la exploración de aguas subterráneas y de recursos minerales; sin embargo, su uso se ha extendido progresivamente al diagnóstico de infraestructuras civiles. En el contexto específico

Volumen 2, no. 1

Recibido: marzo 02, 2026

Aceptado: abril 24, 2026

autor de correspondencia:
christian.escudero@academic
os.udg.mx

<https://doi.org/10.66482/33zmed23>

de las vías terrestres, la ERT ha demostrado ser una herramienta valiosa para detectar cavidades, suelos de baja competencia, zonas saturadas y materiales meteorizados que comprometen la capacidad portante de la subrasante [3, 4]. Diversos estudios han establecido que los tramos de carretera con valores de resistividad bajos (inferiores a 100 ohm-m) en los primeros metros de profundidad suelen estar asociados a arcillas saturadas o suelos muy meteorizados, los cuales se correlacionan con manifestaciones superficiales como fisuras, bacheo y pérdida recurrente de soporte [5-7]. La eficacia de la ERT también se ha confirmado en la localización de cavidades bajo pavimentos, tanto rígidos como flexibles, y su integración con sondeos geotécnicos (SPT) y otros métodos geofísicos complementarios ha permitido optimizar los diseños de excavación, los sistemas de drenaje y la sustitución de materiales incompetentes [3, 4, 8]. Si bien el acoplamiento de electrodos en superficies asfálticas presenta desafíos particulares, las adaptaciones metodológicas desarrolladas han consolidado la ERT como una herramienta de gran valor para la rehabilitación sostenible de infraestructuras viales.

Una problemática en particular son las condiciones del subsuelo y la causa del hundimiento superficial recurrente a lo largo de la calle Basilio Badillo en Puerto Vallarta (Fig. 1). Si bien otras vialidades de la zona presentan problemas similares de deterioro del pavimento, estos se manifiestan en menor medida y con menor frecuencia. En contraste, la calle Basilio Badillo presenta un hundimiento progresivo y localizado que ha requerido reparaciones reiteradas, sin que se haya identificado una causa definitiva. Los informes locales y la evidencia fotográfica confirman el deterioro continuo del pavimento en esta zona. Los residentes han especulado sobre la presencia de tuberías de agua o de cavidades no registradas, pero no existen registros fiables del subsuelo. En consecuencia, se desconoce el mecanismo geotécnico preciso que provoca la subsidencia observada.

Dado el impacto en la seguridad vial y la infraestructura urbana, las autoridades de la Coordinación Municipal de Protección Civil y Bomberos de Puerto Vallarta solicitaron una evaluación técnica del sitio para orientar posibles medidas de remediación. Este estudio busca determinar el origen de la subsidencia en la calle Basilio Badillo mediante la caracterización de la estructura de resistividad del subsuelo; específicamente, si el hundimiento se debe a cavidades de aire, como suele sospecharse, o a mecanismos alternativos, como variaciones en la consolidación y compactación del suelo. Para abordar esta cuestión se utilizó la tomografía de resistividad eléctrica (ERT). El modelo de resistividad estimado se analizó para identificar e interpretar anomalías de resistividad en el contexto tanto del patrón de subsidencia superficial como de los valores de resistividad establecidos para los geomateriales esperados.



Figura 1. a) Vista al oeste de la calle Basilio Badillo en el área de estudio. b) Imágenes de fracturas con signos de hundimiento en la superficie de la calle.

2. Área de estudio

El sitio de estudio se ubica a lo largo de la calle Basilio Badillo (-105.2334° , 20.6028°), en la zona sur de Puerto Vallarta, México (Fig. 2). La geología del subsuelo del área se caracteriza por un lecho rocoso de toba reolítica del período Cretácico, clasificado como KsTpaTR [9]. Desde una perspectiva geotécnica, los suelos suprayacentes se clasifican como Clase de Sitio D [10], con un rango de velocidad de onda de corte de 360 a 760 m/s y un período de vibración fundamental inferior a 0.4 segundos [11].

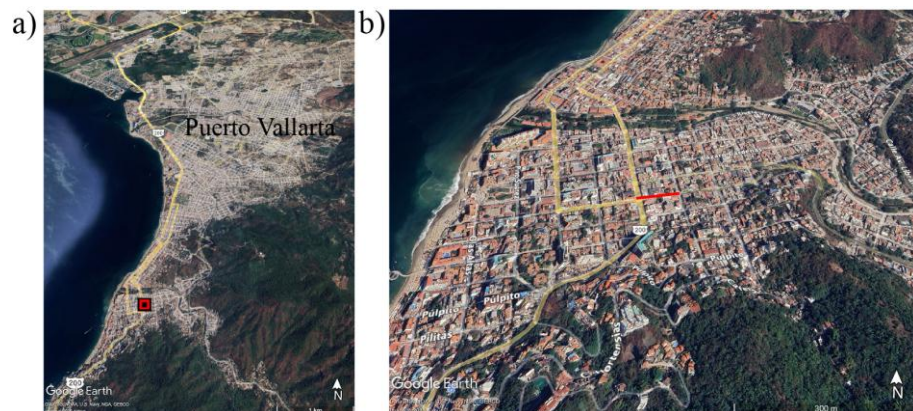


Figura 2. Ubicación del área de estudio. a) Vista hacia el norte de Puerto Vallarta. b) Zona Centro de Puerto Vallarta. El cuadro y la línea rojos indican la ubicación del área de estudio.

Para caracterizar mejor las condiciones cercanas a la superficie, se consideró un estudio de exploración y muestreo de suelos mediante la Prueba de Penetración Estándar (SPT) a una profundidad de 15 metros (Fig. 3), lo que proporcionó muestras de suelo perturbado representativas de la estratigrafía observada.

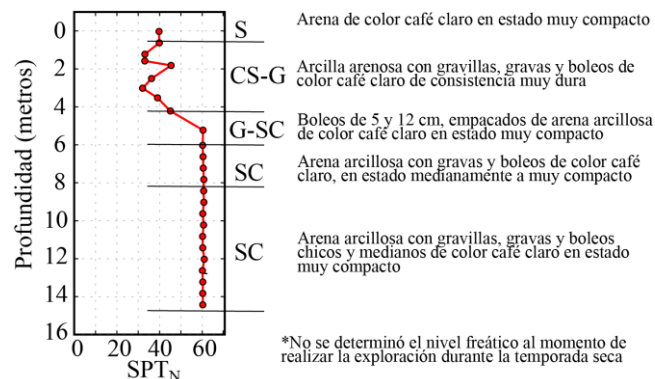


Figura 3. Composición estratificada del subsuelo. Los códigos corresponden al Sistema Unificado de Clasificación de Suelos: arena (S), grava (G), y arcilla (C).

3. Metodología: Tomografía de Resistividad Eléctrica

La resistividad eléctrica es una propiedad intrínseca del material que cuantifica su oposición al flujo de corriente eléctrica [1,2]. Esto está controlado por la porosidad, el contenido de humedad, la temperatura, el agua intersticial, la conductividad de los fluidos y la textura del suelo. La tomografía de resistividad eléctrica (ERT, por sus siglas en inglés) es un método geofísico de fuente activa que consiste en inyectar corriente eléctrica en el subsuelo y medir el campo de potencial mediante electrodos en la superficie [1,2]. Mediante el despliegue de múltiples transectos lineales paralelos o intersectantes, se pueden estimar modelos bidimensionales o tridimensionales de resistividad a partir de medidas de resistividad aparente y de su inversión numérica [1,2].

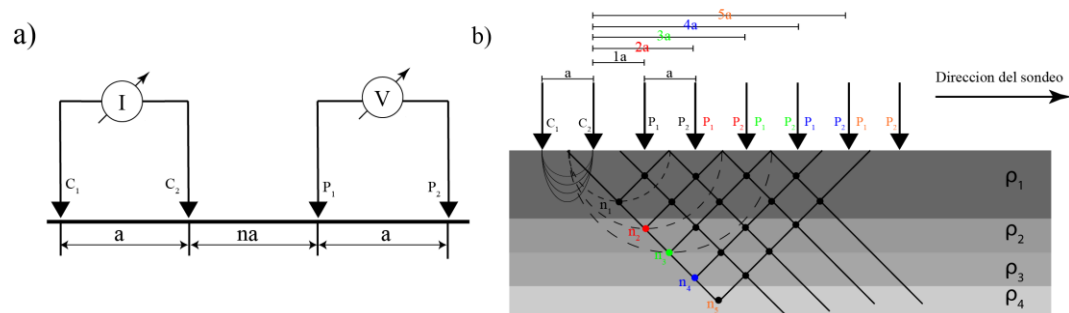


Figura 4. Esquemas del método de resistividad eléctrica empleado. a) Arreglo dipolo-dipolo: muestra dos pares de electrodos en la superficie. El dipolo de corriente (C_1 , C_2) inyecta corriente continua en el subsuelo, y el de potencial (P_1 , P_2) mide la diferencia de voltaje. La separación entre dipolos (n) y entre electrodos (a) define la geometría. b) Tomografía de resistividad eléctrica (ERT): perfil lineal con múltiples electrodos que registran en secuencia.

En un arreglo dipolo–dipolo (Fig. 4a), tanto la fuente de emisión como, la medida en el receptor se realizan con pares de electrodos (dipolos) separados entre sí, lo que genera una matriz de sensibilidad muy estructurada, particularmente adecuada para resaltar cuerpos pequeños o de geometría compleja y para obtener una elevada resolución lateral de discontinuidades, fallas, cavidades o lentes de arena o arcilla [1,2]. La tomografía de resistividad eléctrica (ERT): se realiza con múltiples electrodos conectados a un resistivímetro (Fig. 4b). Mediante la conmutación automática de diferentes combinaciones de electrodos, se obtiene una imagen pseudosección de resistividades aparentes que, tras inversión numérica, permite reconstruir un modelo bidimensional (o tridimensional) de la distribución real de resistividades del subsuelo.

3.1 Adquisición y análisis de datos

Los datos se adquirieron a lo largo de cuatro transectos de 72 metros en la calle Basilio Badillo, entre la calle Aguacate y la Carretera 200 (-105.2334° , 20.6028°). Se consideró innecesario realizar un levantamiento topográfico debido al escaso relieve. La ubicación de los transectos se muestra en la Figura 5a. Para la recopilación de datos se utilizó un resistivímetro SYSCAL PRO equipado con 24 electrodos conectados mediante cables multinúcleo (Fig. 5b).



Figura 5. a) Ubicación de los transectos y posición de los electrodos. Los transectos #1 y #2 se realizaron paralelos a las aceras norte y sur, respectivamente, mientras que los transectos #3 y #4 cruzan de sur a norte y de norte a sur, respectivamente. b) Resistivímetro utilizado SYSCAL JUNIOR.

Los datos se descargaron y procesaron inicialmente con Prosys II (Iris Instruments®). El modelado se realizó utilizando el programa Res2dinv (Geotomo Software®) mediante su algoritmo de mínimos cuadrados con restricción de suavidad para convertir las mediciones de resistividad aparente en modelos 2D de resistividad del subsuelo. Los parámetros clave de inversión, por ejemplo, el filtro de suavidad y la ponderación horizontal/vertical, se optimizaron automáticamente.

Los perfiles 2D resultantes se interpolaron para generar un modelo 3D para su visualización.

4. Resultados

Se realizó una tomografía de resistividad eléctrica para caracterizar las condiciones del subsuelo a lo largo de la calle Basilio Badillo, entre la calle Aguacate y la Carretera 200 (-105.2334°, 20.6028°) e investigar las posibles causas de la subsidencia observada. La Figura 6 presenta los valores de resistividad en función de la distancia y la profundidad para los cuatro transectos. La Figura 7 muestra una proyección isométrica de los modelos de resistividad, que evidencian su distribución espacial en el área de estudio y su correlación con los datos geotécnicos de un estudio complementario de mecánica de suelos.

Los modelos de resistividad revelan una marcada estructura subterránea de dos capas. Por encima de aproximadamente 8 m de profundidad, las resistividades oscilan entre 40 y 100 ohm-m. Por debajo de esta profundidad, las resistividades disminuyen drásticamente hasta aproximadamente 4 ohm-m, formando una capa continua de baja resistividad a lo largo de los cuatro transectos.

En la zona somera (<8 m de profundidad), se observan variaciones laterales distintivas. Las resistividades más altas, cercanas a 100 ohm-m, se presentan en los extremos del transecto y disminuyen hacia la parte central del área de estudio. Se observa un patrón transversal consistente a lo largo de la calle:

1. Acera norte (línea 1), las resistividades alcanzan hasta 70 ohm-m.
2. Acera sur (línea 2), las resistividades promedian 60 ohm-m.
3. Centro de la calle (líneas 3 y 4), las resistividades son de ~40 ohm-m.

Los valores de resistividad superficial (40-100 ohm-m) se encuentran dentro del rango esperado para los geomateriales identificados en el estudio de mecánica de suelos (Anexo II), específicamente 30-215 ohm-m para la arcilla arenosa y la mezcla de arena y grava. Sin embargo, las resistividades consistentemente bajas (4 ohm-m) observadas a más de 8 m de profundidad son atípicas para las litologías reportadas y sugieren la presencia de materiales o condiciones no captados por la investigación mecánica del suelo.

Los modelos de resistividad muestran una sólida consistencia interna, con una excelente correlación en los puntos de intersección entre transectos (en los vértices de volumen) y tendencias de resistividad vertical coherentes en los cuatro perfiles. Esta consistencia confirma la fiabilidad de los procedimientos de adquisición e inversión de datos.

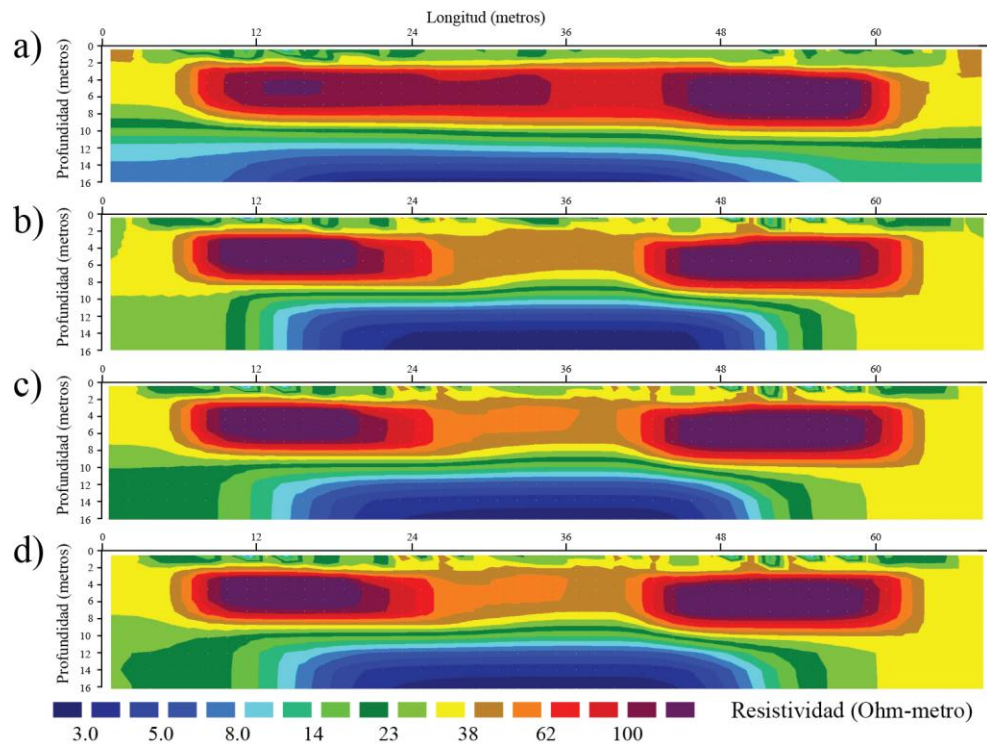


Figura 6. Resistividad en función de la distancia y la profundidad en los cuatro transectos: a) Transecto #1, b) Transecto #2, c) Transecto #3, d) Transecto #4.

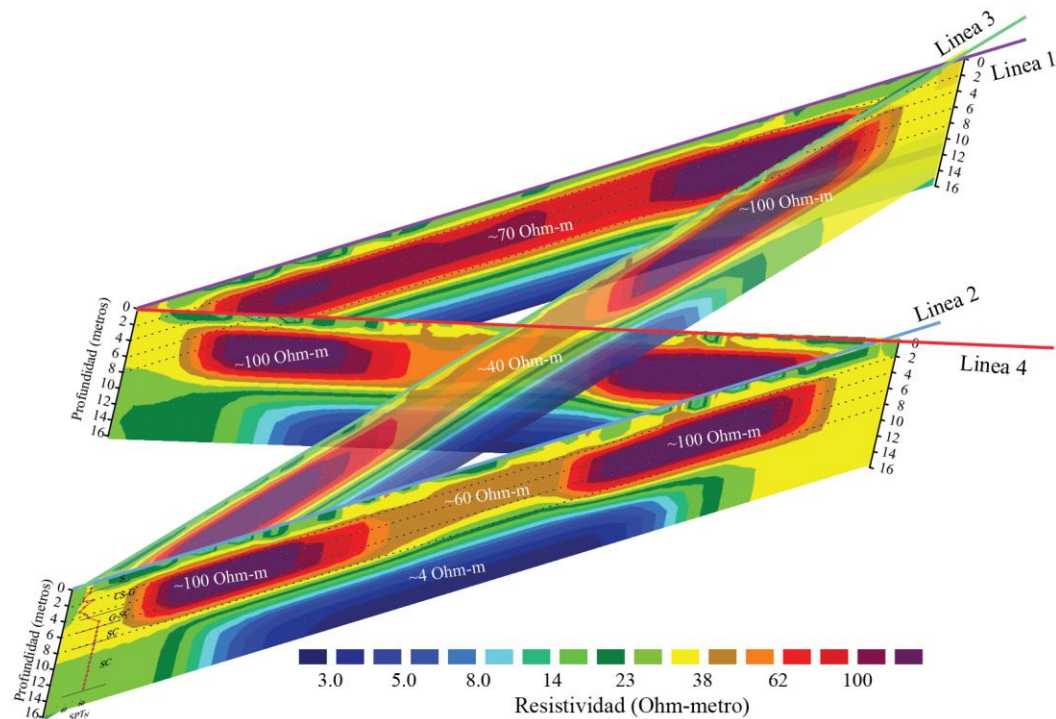


Figura 7. Representación isométrica de estudios de resistividad en el área de estudio.

5. Discusión y conclusiones

La tomografía de resistividad eléctrica delineó con éxito las condiciones del subsuelo a lo largo de la calle Basilio Badillo, lo que proporcionó información crucial sobre la subsidencia observada. El hallazgo más significativo es la anomalía de baja resistividad (aproximadamente 40 ohm-m) centrada en la zona de subsidencia (Fig. 6). Esta anomalía coincide espacialmente con la deformación superficial, lo que sugiere firmemente una relación causal entre las condiciones del subsuelo y el asentamiento observado.

Si bien las resistividades medidas (40-100 ohm-m en la zona somera) se encuentran dentro del rango esperado para los geomateriales reportados, las variaciones laterales revelan una importante heterogeneidad en las propiedades del subsuelo. La disminución sistemática de la resistividad desde los extremos del transecto hacia la zona central, junto con el patrón transversal a lo largo de la calle (acera norte: 70 ohm-m; centro de la calle: 40 ohm-m; acera sur: 60 ohm-m), indica condiciones subsuperficiales no uniformes que se correlacionan con la distribución espacial de la subsidencia superficial.

Estudios previos han reportado resistividades de 1000 a 3000 ohm-m en vacíos llenos de aire en entornos geológicos similares [3]. Las resistividades relativamente bajas observadas en este estudio (máximo 100 ohm-m) descartan la presencia de cavidades llenas de aire significativas o de vacíos abiertos como mecanismo principal de subsidencia. La ausencia de anomalías de alta resistividad sugiere que la subsidencia no se debe al colapso de elementos kársticos subyacentes ni a vacíos de erosión subterránea a gran escala.

La marcada disminución de la resistividad, de 40-100 ohm-m por encima de los 8 m de profundidad a aproximadamente 4 ohm-m por debajo de este límite, es particularmente notable. Dado que el estudio de mecánica de suelos indica continuidad litológica a lo largo de este intervalo de profundidad, el contraste de resistividad no puede atribuirse a cambios en el tipo de suelo. Los valores observados son consistentes con un marcado aumento del contenido de humedad por debajo de 8 m, ya que la resistividad está inversamente relacionada con la saturación de agua en medios porosos. Adicionalmente, la humedad puede deberse a una intrusión salina por la proximidad a la costa. Valores de resistividad del orden de 4 ohm-m son característicos de una unidad arcillosa humedecida con agua salina, incluso en ausencia de un nivel freático reconocible, dado que la salinidad puede distribuirse en la humedad capilar o residual presente en la matriz porosa.

Sin embargo, esta interpretación presenta una aparente contradicción: la investigación de mecánica de suelos no detectó el nivel freático en los 15 m superiores del perfil. Varias hipótesis podrían reconciliar estas observaciones:

1. La capa de baja resistividad podría representar una zona de agua subterránea suspendida o una saturación localizada sobre un acuitardo, que no fue captada por los puntos de muestreo discretos de la investigación geotécnica.
2. El contraste de resistividad podría indicar cambios en la química del fluido intersticial (p. ej., aumento de sólidos disueltos) en lugar de la saturación por sí sola, aunque ello requeriría explicar el origen de dichos fluidos.
3. La presencia de minerales arcillosos conductores, aunque no se reporta en los registros geotécnicos, podría contribuir a las bajas resistividades.

Se realizó un estudio de reconocimiento de las calles circundantes para identificar la posible infraestructura hidráulica que pudiera influir en las condiciones del subsuelo. Se identificó un drenaje pluvial de aproximadamente 2 metros de diámetro en la calle Jacarandas, paralela a la calle Aguacate, que se extiende desde su intersección con Rodolfo Gómez hasta un emisario expuesto y una estructura de disipación de energía en el río Cuale. No se observó evidencia superficial de una conexión lateral con las calles Aguacate o Basilio Badillo. Si bien esta infraestructura no está presente directamente en el área de estudio, confirma la presencia de sistemas de conducción de aguas pluviales en las inmediaciones, que podrían influir en las condiciones locales del agua subterránea o constituir una fuente potencial de fugas en caso de sufrir daños.

Los métodos geofísicos proporcionan mediciones indirectas de las propiedades del subsuelo; las anomalías de resistividad observadas pueden deberse a múltiples factores, como variaciones en el contenido de humedad, compactación diferencial, condiciones de soporte heterogéneas o degradación de los materiales del subsuelo. El confinamiento espacial de la anomalía de baja resistividad en la zona de subsidencia sugiere un proceso localizado, más que fenómenos a escala regional.

Proponemos que el mecanismo más plausible es un fenómeno de entubación (erosión interna) impulsado por la infiltración de agua a través de la superficie del pavimento. El área de estudio está revestida con adoquín cementado, que con el tiempo puede presentar grietas y vías de flujo preferenciales. A diferencia de la infiltración que se produce lateralmente a partir de los bordes del pavimento, el agua que entra a través de grietas superficiales puede quedar atrapada en las capas granulares subyacentes. Bajo la carga de vehículos, esta agua atrapada genera presiones de poro elevadas e induce la migración de partículas finas. La pérdida progresiva de material de soporte conduce al desarrollo de depresiones superficiales y, potencialmente, a la formación de huecos superficiales.

Este mecanismo es consistente con: (1) la correlación espacial entre la anomalía de baja resistividad y el área de subsidencia, (2) los valores de resistividad que sugieren un alto contenido de humedad, (3) la ausencia de vacíos de alta resistividad, y (4) el tipo de pavimento observado y el agrietamiento superficial.

El ERT proporciona una caracterización robusta de la distribución de la resistividad eléctrica del subsuelo, pero no identifica directamente las causas de las anomalías observadas. La interpretación que se presenta aquí integra datos geofísicos con información geotécnica limitada y observaciones superficiales. La confirmación del mecanismo propuesto requeriría investigaciones adicionales, incluyendo: exploración directa del subsuelo en la zona anómala, instalación de piezómetros para medir la presión de poro y confirmar las condiciones de saturación, análisis del tamaño de partícula de los suelos de la zona anómala para evaluar la susceptibilidad a la erosión, pruebas con trazadores para evaluar las posibles vías de infiltración de aguas superficiales, y métodos geofísicos complementarios para proporcionar restricciones independientes sobre las propiedades del subsuelo.

Los resultados geofísicos indican que las condiciones anómalas relacionadas con la subsidencia se extienden hasta una profundidad mínima de 8 m por debajo del centro de la calle. Por lo tanto, cualquier estrategia de remediación debe abordar las condiciones del subsuelo al menos hasta esta profundidad para ser efectiva. La selección de técnicas adecuadas de mejora del suelo requiere considerar múltiples factores que van más allá del alcance de esta investigación geofísica, incluidos las propiedades del suelo, las condiciones del agua subterránea, las estructuras adyacentes, la viabilidad de la construcción y los requisitos de rendimiento a largo plazo [12].

Este estudio no constituye recomendaciones profesionales de ingeniería para la remediación. En cambio, proporciona una caracterización del subsuelo que puede fundamentar evaluaciones geotécnicas y de ingeniería de pavimentos posteriores realizadas por profesionales calificados.

Agradecimientos

Los autores expresan su gratitud a quienes participaron en la realización de los ensayos geofísicos. Técnicos académicos: M.C. Adán Gómez Hernández y Juan Manuel Sandoval Hernández. Estudiante de doctorado: Susana Alejandra Márquez Díaz. Estudiantes de licenciatura que asistieron en el marco del XXVIII Verano de la Investigación Científica y Tecnológica del Pacífico: Ana Paula Portillo Luján, Claudia Ana María Rosales Ríos, Roberto Alvarado Izarraras, y Wendy Lizbeth Zúñiga Cuevas.

Financiamiento y apoyos

Este trabajo se desarrolló en el marco de las actividades del Cuerpo Académico UDG-CA-941 (PRODEP). El Centro de Estudios de la Tierra de la Universidad de Guadalajara, sedes CUSUR (Ciudad Guzmán, Jalisco, México) y CUCOSTA (Puerto Vallarta, Jalisco, México), facilitó los equipos geofísicos. La Dirección Municipal de Protección Civil y Bomberos de Puerto Vallarta, Jalisco, brindó el apoyo logístico necesario para la realización de los ensayos geofísicos en campo.

Disponibilidad de datos

Los datos originales necesarios para realizar las tomografías de resistividad eléctrica están disponibles en <https://doi.org/10.5281/zenodo.19710277> [17].

Anexo

Prueba de penetración estándar y resistividad eléctrica de los geomateriales

La prueba de penetración estándar (SPT) es un método de exploración geotécnica *in situ* normalizado por la ASTM D1586/D1586M-18 [13]. El procedimiento consiste en hincar un muestreador de cuchara partida en el suelo mediante un martillo de 63.5 kg que cae repetidamente desde una altura de 0.76 m. El número de golpes requerido para penetrar tres intervalos sucesivos de 150 mm (con la exclusión de los 150 mm iniciales de asiento) se registra como el valor de resistencia a la penetración estándar (SPT-N). Este valor, tras las correcciones pertinentes, se emplea para estimar las propiedades ingenieriles del suelo. El muestreador recupera muestras alteradas para su clasificación visual y ensayos de laboratorio. El valor N se interpreta en función del tipo de suelo: para suelos granulares (arenas y gravas) indica su compacidad relativa; para suelos cohesivos (limos y arcillas) indica su consistencia [14]. Las muestras recuperadas se clasifican según los sistemas unificados de clasificación de suelos [15,16]. La Tabla 1 presenta la simbología estándar para describir los componentes del suelo, la gradación y el límite líquido.

Tabla 1. Clasificación de suelo de acuerdo con ASTM [15].

Compacidad y consistencia-SPT _N			
Compacidad arenas y gravas		Consistencia de limos y arcillas	
Nivel de Compacidad	STP _N	Nivel de consistencia	STP _N
Muy suelto	< 5	Muy suave	< 2
Suelto	5 a 10	Suave	2 a 4
Compacto	10 a 30	Firme	4 a 8
Denso	30 a 50	Rígido	8 a 15
Muy denso	> 50	Muy Rígido	15 a 30
		Duro	> 30
Componente		Modificador	
Símbolo	Nombre	Símbolo	Nombre
-	Boleos	W	Bien graduada
G	Grava		Pobrementemente graduada
S	Arena	P	
S	Arena	M	Limosa
M	Limo		
C	Arcilla	L o H	Baja/ Alta plasticidad
O	Orgánico		

Las resistividades eléctricas típicas de varios tipos de geomateriales se enumeran en la Tabla 2. Las resistividades varían de 1.0 ohm-m en arcilla a 7.4×10^8 ohm-m en arenisca [1,2]. La resistividad eléctrica del hormigón y del asfalto depende de las

proporciones de la mezcla, debido a la influencia de los materiales constituyentes (proporción de áridos, contenido de agua y arcilla, contenido de iones en el agua, porosidad, etc.). Por lo tanto, analizar la correlación entre la resistividad eléctrica y los constituyentes de los materiales del pavimento resulta importante al emplear ERS [1-3].

Tabla 2: Resistividades típicas de los geomateriales [1,2].

Material	Resistividad eléctrica (Ohm-m)
Granito	300 a 1,300,00
Arenisca	1 a 740,000,000
Arcilla	1 a 100
Topsoil	250 a 1700
Grava	100 a 1400
Aluvión y arena	10 a 800
Suelo seco arenoso	80 a 1050
Arcilla arenosa/Arena arcillosa	30 a 215
Arena y grava	30 a 215
Arcilla: mojada a húmeda	1.5 a 3.0
Arcilla limosa/limo arcilloso: mojada a húmeda	3 a 5
Arcilla/Arenas: húmedo a seco	15 a 150
Agua dulce	20 a 60
Agua salada	0.18 a 0.24

Referencias

1. K. Knödel, G. Lange, and H. J. Voigt, *Environmental Geology: Handbook of Field Methods and Case Studies*. Berlin, Germany: Springer, 2007. doi: 10.1007/978-3-540-74671-3
2. J. M. Reynolds, *An Introduction to Applied and Environmental Geophysics*, 2nd ed. New York, NY, USA: John Wiley & Sons, 2011.
3. C. Park, J. H. Jeong, H.-W. Park, and K. Kim, "Experimental study on electrode method for electrical resistivity survey to detect cavities under road pavements," *Sustainability*, vol. 9, no. 12, p. 2320, Dec. 2017. doi: 10.3390/su9122320
4. A. Elseicy, A. Alonso-Díaz, M. Solla, M. Rasol, and S. Santos-Assunção, "Combined Use of GPR and Other NDTs for Road Pavement Assessment: An Overview," *Remote Sensing*, vol. 14, no. 17, p. 4336, 2022. doi: 10.3390/rs14174336
5. W. O. Medjor, M. O. Kanu, and S. Solomon, "Application of Electrical Resistivity Tomography to Investigating Geological Causes of Road Failure in Taraba State, Nigeria," *Science World Journal*, vol. 17, no. 2, pp. 346–355, 2022.
6. A. A. Abong and A. M. George, "Electrical Resistivity Tomography Survey of Some Failed Segments along Selected Major Highways in Cross River State, Southeastern Nigeria," *Journal of Applied Science and Environmental Management*, vol. 27, no. 8, pp. 1687–1693, 2023. doi: 10.4314/jasem.v27i8.11

7. S. S. Oguntade, "Subsurface Investigation for Road Construction Using Electrical Resistivity Method along Oloko Road, Apatapiti, Akure, Ondo State, Nigeria," *Annals of Science and Technology*, vol. 7, no. 1, pp. 29–35, 2022.
8. T. E. Oni, A. O. Falade, and E. O. Adeyemi, "Geophysical Assessment of Pavement Failure Along the Ikere-Iju Road, Southwestern Nigeria, Using 2D Electrical Resistivity Imaging," *Asian Journal of Emerging Research*, vol. 7, no. 1, pp. 43–51, 2025. doi: 10.3923/ajer.2025.43.51
9. INEGI, "Carta Geológico-Minera, Puerto Vallarta F13-11, 1:250,000," Instituto Nacional de Estadística y Geografía, Aguascalientes, México, 1999. [EnLinea]. Disponible: http://mapserver.sgm.gob.mx/Cartas_Online/geologia/54_F13-11_GM.pdf
10. Building Seismic Safety Council (BSSC), "NEHRP Recommended Provisions for Seismic Regulations for New Buildings and Other Structures, Part 1: Provisions," Federal Emergency Management Agency, Washington, D.C., FEMA 368, 2001.
11. C. R. Escudero, A. Ramírez Gaytán, A. Zamora Camacho, A. Preciado, K. L. Flores, and A. Gómez Hernández, "Geotechnical zonation and soil-structure interaction at Puerto Vallarta, México," *Natural Hazards*, vol. 110, no. 1, pp. 247–267, 2022. doi: 10.1007/s11069-021-04945-w
12. J. Pérez Valcárcel, "Mejora y consolidación de suelos," E.T.S. Arquitectura de A Coruña, A Coruña, España, 2020.
13. J. D. Rogers, "Subsurface exploration using the standard penetration test and the cone penetrometer test," *Environmental and Engineering Geoscience*, vol. 12, no. 2, pp. 161–179, 2006. doi: 10.2113/12.2.161
14. USDA Natural Resources Conservation Service (NRCS), "Engineering Classification of Earth Materials," in *National Engineering Handbook*, Part 631, Washington, DC, USA, 2012.
15. ASTM D2487-17e1, "Standard Practice for Classification of Soils for Engineering Purposes (Unified Soil Classification System)," ASTM International, West Conshohocken, PA, USA, 2017. doi: 10.1520/D2487-17E01
16. ASTM D2488-17e1, *Standard Practice for Description and Identification of Soils (Visual-Manual Procedures)*, ASTM International, West Conshohocken, PA, USA, 2017. doi: 10.1520/D2488-17E01
17. C. R. Escudero, S. A. Márquez Díaz, and M. Fuentes-Arreazola, "Datos de tomografía de resistividad eléctrica (ERT) de la calle Basilio Badillo, Puerto Vallarta, Jalisco, México". *Zenodo*, Apr. 23, 2026. doi: 10.5281/zenodo.19710277

Patrones binarios mediante optimización con recocido simulado: planteamiento inicial

José Antonio Muñoz Gómez¹, Luis Alberto Morales Rosales², Adriana Silva Mejía³

¹Engineering Department, Universidad de Guadalajara, Autlán 48900, Jalisco, México

²Faculty of Civil Engineering, Conacyt-Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, Morelia 58030, Michoacán, México

³Instituto de Física, Facultad de Ingeniería, Universidad de la República, Montevideo 11200, Uruguay

Resumen: La medición de objetos tridimensionales (3D) mediante el esquema de proyección de franjas es una técnica establecida que requiere proyectar patrones sinusoidales sin distorsión óptica para la reconstrucción 3D. En este trabajo se propone la generación de patrones binarios que, al ser convolucionados con un filtro gaussiano, se asemejan a una onda sinusoidal requerida en la proyección de franjas. Este problema se plantea como un esquema de optimización unidimensional, en el que el vector binario óptimo se determina mediante un algoritmo de recocido simulado (Simulated Annealing). La heurística propuesta reduce significativamente el espacio completo 2^n , requerido en la búsqueda exhaustiva. Los resultados de la simulación numérica muestran que el método propuesto es computacionalmente eficiente y que la precisión del esquema es equivalente a la obtenida con la búsqueda exhaustiva para valores de hasta 2^{32} .

Palabras clave: óptica numérica, patrones binarios desenfocados, optimización heurística, recocido simulado, reconstrucción 3D.

1. Introducción

La perfilometría basada en la proyección de franjas se ha consolidado como una técnica robusta para la reconstrucción tridimensional de objetos, debido a su capacidad de obtener mediciones de alta precisión con configuraciones experimentales relativamente simples [1, 2]. Como resultado, esta técnica ha adquirido relevancia en diversas áreas, tales como la arqueología, la industria automotriz, las prótesis personalizadas y los procesos de inspección automática, entre otras [3-5].

En la mayoría de estos sistemas de reconstrucción se emplean algoritmos de desplazamiento de fase (phase-shifting algorithms, PSAs) para la recuperación de la fase, utilizando un proyector de video comercial y una cámara digital para generar y capturar patrones de franjas sinusoidales, respectivamente [6]. Sin embargo, uno de los principales retos es lograr simultáneamente una medición de alta velocidad y

Volumen 2, no. 1

Recibido: marzo 19, 2026

Aceptado: mayo 05, 2026

autor de correspondencia:
antonio.munoz@academicos.
udg.mx

<https://doi.org/10.66482/f68nvd08>

alta precisión en la reconstrucción. La primera requiere reducir el número de patrones necesarios para recuperar la fase, mientras que la segunda depende de la relación señal-ruido y de la calidad de los patrones sinusoidales. Esta última se ve afectada por la respuesta no lineal del proyector, lo cual se traduce en la presencia de armónicos en la reconstrucción tridimensional. Esto se debe a la relación no lineal entre la intensidad de salida y la señal capturada.

Para mitigar este problema, se han reportado diversas estrategias en la literatura [5, 6]. Entre ellas destaca la generación de patrones de franjas sinusoidales mediante la proyección y adquisición de patrones binarios desenfocados. Esta técnica se basa en la creación de patrones con únicamente dos niveles de intensidad $\{0,1\}$, proyectados de tal forma que el sistema óptico del proyector actúe como un filtro pasa-bajas, suprimiendo armónicos de alta frecuencia y preservando la componente fundamental sinusoidal.

En 2009, Zhang y Lei [7] propusieron la técnica de proyección desenfocada de patrones binarios cuadrados (SBP, Square Binary Patterns), caracterizada por su simplicidad en la generación de patrones binarios. No obstante, este esquema requiere un alto nivel de desenfoque para suprimir adecuadamente los armónicos de alta frecuencia inherentes a la señal cuadrada y obtener un perfil de intensidad cuasi-sinusoidal, lo que reduce la modulación (contraste) del patrón sintetizado. Esto provoca una degradación en la relación señal-ruido (SNR, Signal-to-Noise Ratio) y, en consecuencia, incrementa los errores de fase, afectando la precisión en la reconstrucción 3D [8].

Estos resultados motivaron el desarrollo de diversas técnicas para sintetizar perfiles de intensidad sinusoidal a partir de patrones binarios desenfocados [1-4]. Estas técnicas se pueden clasificar en dos grandes categorías: (a) modulación por ancho de pulso (PWM, Pulse Width Modulation) en dominios unidimensionales (1D), y (b) generación de patrones binarios basados en técnicas de semitonos (halftoning), derivados de parches bidimensionales (2D).

Las técnicas de semitonos constituyen un enfoque de optimización global para la síntesis de patrones binarios, basado en métodos de tramado o dithering. Con el objetivo de mejorar su desempeño, Dai et al. [9] propusieron en 2014 un esquema de optimización que aprovecha las propiedades de simetría y periodicidad inherentes a una señal sinusoidal, generando patrones binarios optimizados

localmente. Posteriormente, ese mismo año, los autores presentaron un esquema complementario que incorpora la intensidad de los patrones en el proceso de optimización, lo que mejora la calidad de la reconstrucción [10].

Estas contribuciones han servido de base para el desarrollo de múltiples estrategias de optimización local enfocadas en mejorar la distribución de la intensidad o de la fase, así como en reducir el costo computacional asociado a la generación de patrones binarios [11,12]. Adicionalmente, Silva et al. [13] propusieron la creación de parches binarios 2D como un arreglo de soluciones 1D. Mediante un esquema de optimización, determinaron el vector óptimo empleando condiciones de simetría y periodicidad en la solución. A pesar de estos avances, aún persiste la necesidad de desarrollar métodos más eficientes para generar patrones binarios que aproximen señales sinusoidales, en particular mediante esquemas unidimensionales como un primer enfoque de aproximación.

En este trabajo, proponemos un método novedoso para generar patrones binarios 1D mediante el esquema de optimización por recocido simulado (Simulated Annealing). Estos vectores, al ser convolucionados con un núcleo gaussiano, se asemejan a ondas sinusoidales, requeridas en esquemas de proyección de franjas para la reconstrucción 3D. La heurística propuesta requiere k –iteraciones para converger, donde k representa una fracción del espacio de búsqueda completo 2^n . El algoritmo desarrollado es computacionalmente eficiente y los resultados numéricos validan la efectividad del método propuesto.

2. Esquema de Proyección de Franjas

Un sistema de reconstrucción tridimensional basado en la proyección de patrones de franjas sinusoidales se muestra en la Figura 1. La configuración consiste en una computadora personal para generar y procesar patrones de franjas. Un proyector digital que se usa para proyectar los patrones de franjas, una cámara de alta resolución (CCD, por sus siglas en inglés, Charge-Coupled Device) que se emplea para capturar los patrones de franjas modulados en fase por la superficie del objeto y un plano de referencia para colocar la pieza a digitalizar.

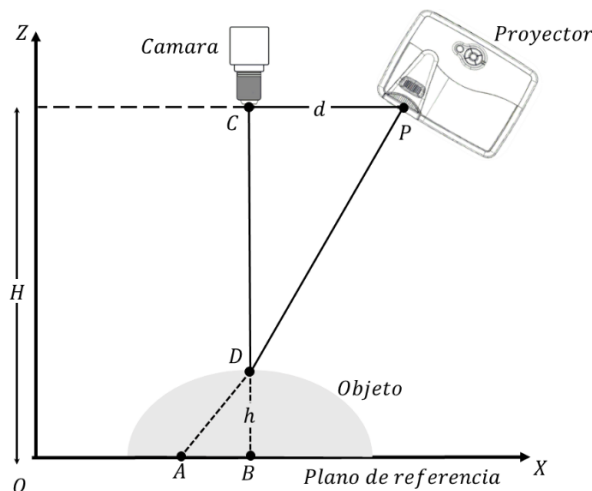


Figura 1. Montaje experimental para la proyección y adquisición de patrones sinusoidales para la reconstrucción de superficies 3D.

En la perfilometría por proyección de franjas (FPP, por sus siglas en inglés: fringe projection profilometry), el método de corrimiento de fase se ha adoptado ampliamente para medir superficies y formas tridimensionales. El procedimiento consiste en proyectar una secuencia de patrones de franjas sinusoidales corridas en fase sobre la superficie del objeto de prueba y en adquirir los patrones deformados o modulados por dicha superficie. Matemáticamente lo podemos modelar como:

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos[(x) + \varphi(x, y) - \delta] \quad (1)$$

con $k = 1, 2, \dots, N$, $a(x, y)$ es la iluminación de fondo, $b(x, y)$ es la amplitud de modulación, f corresponde a la frecuencia espacial, $\varphi(x, y)$ es la fase relacionada al perfil del objeto medido, δ son los corrimientos de fase conocidos, y N corresponde al número de patrones utilizados para la estimación de la fase.

Considerando corrimientos igualmente espaciados, podemos determinar la fase φ_w para cada pixel (x, y) mediante la expresión analítica general

$$\varphi_w(x, y) = \tan^{-1} \left[\frac{\sum_{k=1}^N I_k(x, y) \sin(2\pi k/N)}{\sum_{k=1}^N I_k(x, y) \cos(2\pi k/N)} \right] \quad (2)$$

donde N denota el número de patrones de franjas utilizadas para recuperar la fase. La función trigonométrica tangente inversa mapea la fase en el intervalo $[-\pi, +\pi)$, obteniendo así una fase envuelta. Mediante la técnica de desenvolvolvimiento de fase,

podemos transformar la fase discontinua en un rango continuo expresado en radianes [14].

En aplicaciones que requieran mediciones rápidas, capturar más de tres imágenes suele ser poco práctico. El número mínimo de imágenes requeridas para realizar una reconstrucción son tres, empleando para ello desplazamientos equiespaciados. La fase $\varphi(x, y)$ puede ser estimada como

$$\varphi_w(x, y) = \tan^{-1} \left[\frac{\sqrt{3}(I_1(x, y) - I_3(x, y))}{2I_2(x, y) - I_1(x, y) - I_3(x, y)} \right] \quad (3)$$

este esquema, conocido como método de tres pasos, tiene la característica de no rechazar ningún tipo de armónico que es característico de los sistemas ópticos basados en proyector-cámara. Es decir, el sistema introduce errores no lineales (armónicos) en la reconstrucción; por ello, la proyección desenfocada de patrones binarios es un método eficaz para minimizar la presencia de armónicos.

3. Patrones binarios con recocido simulado

La generación de patrones binarios desenfocados puede plantearse matemáticamente como un problema de optimización:

$$\min_b \|s(x) - g(x) \otimes b(x)\| \quad (4)$$

donde $g(x) = 1/\sqrt{2\pi\sigma^2}e^{-x^2/2\sigma^2}$ corresponde al núcleo gaussiano que es convolucionado con la señal binaria $b(x) = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ con $b_i \in \{0,1\}$, la señal sinusoidal a estimar queda expresada por $s(x)$. La expresión anterior se interpreta como: sea $s(x)$ la señal exacta, la cual puede aproximarse mediante el producto (convolución $\otimes$) de dos señales $g(x) \otimes b(x)$, esto corresponde a una aproximación de la forma:

$$s(x) \approx g(x) \otimes b(x) \quad (5)$$

donde el vector discreto $b(x)$ con valores binarios $\{0,1\}$ es la función a determinar. Para la estimación, utilizamos la norma vectorial, como se muestra en la ecuación 4.

3.1 Recocido simulado para datos binarios

La determinación del vector óptimo binario de la ecuación (4) se plantea como un problema de optimización mediante la heurística de recocido simulado, inspirada en el proceso físico de recocido de materiales metálicos, en el que un sólido se calienta y luego se enfría lentamente hasta alcanzar un estado de mínima energía. En la Figura 2 se muestra el algoritmo de optimización estocástico [15].

Algoritmo de Recocido Simulado

```
Inicializar  $b \leftarrow b_0$  y  $T \leftarrow T_0$ 
while  $T > 0$ 
    generar solución vecina  $b' \leftarrow \mathcal{N}(b)$ 
    evaluar  $\Delta E = E(b') - E(b)$ 
    sí  $\Delta E < 0$  entonces  $b \leftarrow b'$ 
    caso contrario
        generar número aleatorio  $r \in [0,1]$ 
        sí  $r < \exp(-\Delta E/T)$  entonces  $b \leftarrow b'$ 
    actualizar temperatura
     $T \leftarrow \omega T$ 
```

Figura 2. Esquema general del algoritmo de recocido simulado empleado para la estimación del vector binario.

El esquema mostrado es ampliamente conocido en la literatura especializada [16], lo novedoso radica en la aplicación a un problema de óptica y en la adecuada implementación para *generar una solución vecina*. En nuestro caso, la generación de un nuevo vector se divide en dos pasos:

- a) Se eligen dos índices aleatorios p_1, p_2

Realizamos un swap: $b'(p_1, p_2) \leftarrow b(p_2, p_1)$

- b) Probabilísticamente se realiza una negación de elemento

Sea $x \approx \text{rand}(0,1)$, sí $x > 0.5$ $\neg b'(p_1)$, else $\neg b'(p_2)$

El primer paso se asemeja a la estrategia de mutación empleada en un algoritmo genético, que ha mostrado alta efectividad en la generación de vecinos cercanos [17]. Por otra parte, el segundo paso introduce un componente estocástico en la negación de un elemento puntual. Esta combinación constituye una técnica adecuada para generar soluciones vecinas en un vector de datos binarios.

4. Resultados Numéricos

En esta sección se presenta una serie de simulaciones numéricas para evaluar el rendimiento de la heurística de optimización binaria. Para ello, emplearemos la señal continua $\varphi(x) = \cos(x - \pi)$, muestreada sobre un periodo T empleando $n=16, 18, 21, 24, 28$ y 32 píxeles. La señal aproximada $\varphi_b(x)$ es el resultado del patrón binario óptimo $b = \{b_1, \dots, b_n\}$ convolucionado con un núcleo gaussiano $g(x)$. A lo largo de la exposición utilizaremos indistintamente la notación T para referirnos al valor de n . El error lo mediremos empleando la norma vectorial del error cuadrático medio (rms, root mean square):

$$rms = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\varphi(x) - \varphi_b(x))^2 \right)^{1/2} \quad (6)$$

En la Tabla 1 se muestran los resultados obtenidos mediante la búsqueda exhaustiva de patrones binarios 2^T . En la primera columna se indica la variación del periodo T , mientras que en la primera fila se indican las aproximaciones del núcleo gaussiano.

Como puede observarse, a partir del renglón b_{21} conforme se incrementan los puntos para aproximar la onda sinusoidal, el error disminuye (variación entre los renglones). Este mismo comportamiento se observa a medida que aumentamos la varianza del núcleo gaussiano (variación entre las columnas). Un comportamiento similar se reportó al emplear una aproximación binaria durante un cuarto del periodo [13]. Por otra parte, en el trabajo de Muñoz et al., se mostró que, al aplicar el valor óptimo al método de tres pasos para reconstruir un plano, el error numérico disminuye ligeramente, aunque sin mostrar un patrón claro [18].

Tabla 1. Error medido para distintos tamaños del periodo $n=16,18,\dots,24$, empleando tres diferentes aproximaciones del núcleo gaussiano.

	g_1	g_2	g_3
b_{16}	0.19861	0.15063	0.29422
b_{18}	0.15502	0.1488	0.2096
b_{21}	0.29480	0.25641	0.24890
b_{24}	0.25702	0.15513	0.13331
b_{28}	0.24003	0.14535	0.14535
b_{32}	0.21764	0.17547	0.12173

Empleando el método de optimización heurística (ver sección 3), se determinó la mejor aproximación de la onda sinusoidal variando el núcleo gaussiano g_1, g_2, g_3 y empleando las diferentes combinaciones del vector de datos $b_{16}, \dots, b_{32}$, ver Tabla 1. En cada uno de los casos analizados, los resultados obtenidos con la heurística fueron idénticos a los alcanzados mediante la técnica de búsqueda exhaustiva. Este resultado valida la precisión del método propuesto.

La principal ventaja de la heurística radica en el número de operaciones realizadas y, en consecuencia, en el tiempo de procesamiento. Para $n=32$, el espacio de búsqueda completo es $2^n = 4,294,967,296$. Por otra parte, en la propuesta desarrollada, el espacio de búsqueda fue de 10,000 iteraciones. Este valor permanece constante y representa el inverso de la tasa de enfriamiento de la temperatura en cada iteración. La determinación del número de iteraciones fue empírica y constituye un punto de partida para futuros análisis de convergencia.

Esta drástica reducción en el número de operaciones puede cuantificarse midiendo el tiempo de cómputo; para el caso de b_{28} con g_2 , la búsqueda exhaustiva requirió 12,744 s, mientras que la heurística propuesta requirió solo 11 s de procesamiento.

En la Figura 2 se muestra una representación gráfica de una dupla de vectores binarios obtenidos mediante el método de recocido simulado. En la ecuación (7) se indican los vectores para los casos $\langle b_{16}, g_1 \rangle$ y $\langle b_{32}, g_3 \rangle$, respectivamente.

$$\begin{array}{ll} 0001011111101000 & n = 16 \\ 000000101011111111111110101000000 & n = 32 \end{array} \quad (7)$$

En la Figura 3b (periodo $n=32$) se observa una mayor variación de valores binarios $\{0,1,0\}$, con respecto al periodo $n=16$, mostrado en la Figura 3a. Esta variación, al ser convolucionada con un filtro gaussiano, permite una representación más precisa de la onda sinusoidal. Este efecto, es lo que se conoce en la literatura como proyección con patrones desenfocados [19].

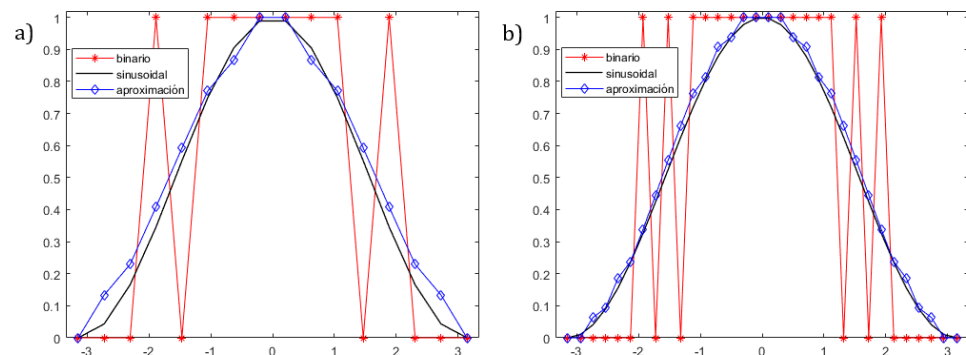


Figura 3. Aproximación binaria $s(x) \approx g(x) \otimes b(x)$ empleando recocido simulado para estimar $b(x)$. a) vector binario con $n=16$, núcleo gaussiano g_1 ; b) vector binario con $n=32$, núcleo gaussiano g_3 .

Finalmente, al analizar el error puntual, se obtiene 9.04×10^{-2} para $n=16$, y un valor de 4.2×10^{-2} para $n=32$. Esto representa una reducción del error cercana al 50% en la aproximación, lo cual es consistente con los resultados de la Tabla 1.

En la Figura 4 se muestra una representación gráfica de los vectores binarios optimos para $n=32$, empleando los distintos núcleos gaussianos. A medida que se incrementa el núcleo de convolución, se observa una disminución de la variación de $\{0,1,0\}$. Esto se debe al efecto local del operador, lo que resulta adecuado para una mejor representación de la función continua.

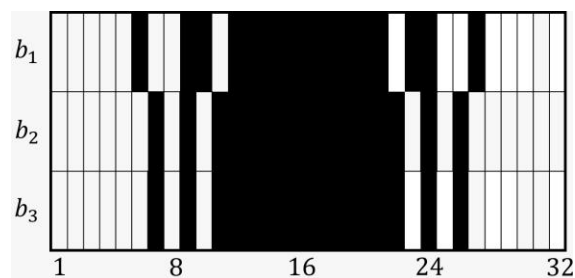


Figura 4. Parche binario $n=32$ con diferentes núcleos gaussianos g_1, g_2, g_3 .

Como resultado final, aplicamos el algoritmo propuesto (ver Figura 2) para aproximar la onda sinusoidal con $n=64$ nodos. Cabe señalar que, al emplear la técnica exhaustiva para determinar el vector óptimo, es necesario evaluar todas las combinaciones posibles $2^{64} \approx 1.8 \times 10^{19}$, lo cual resulta inviable sin los recursos computacionales adecuados.

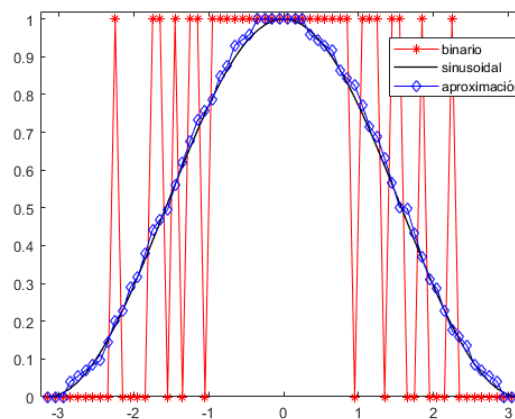


Figura 5. Aplicación del esquema de aproximación binaria para $n=64$ con núcleo gaussiano g_3 .

En la Figura 5 se muestran tres gráficas que corresponden a la onda sinusoidal $y(x)$, el vector solución binario $b = [b_1, \dots, b_{64}]$, la solución aproximada convolucionada $\tilde{y}$. Como se puede apreciar, la estimación $\tilde{y}$ presenta pequeñas variaciones alrededor de $\pm\pi$ que no se observan en la señal continua $y(x)$. Esto puede explicarse por la falta de precisión en el óptimo causada por un óptimo local o debido a la falta de información *a-priori* en el modelo matemático. Sin embargo, el esquema de optimización propuesto es capaz de minimizar funciones binarias que no son factibles de resolver mediante esquemas clásicos de optimización.

El resultado obtenido constituye un punto de partida adecuado para incorporar restricciones de suavidad a la solución mediante una condición de suavidad de tipo Tikhonov.

Conclusiones

En este artículo, se propuso un esquema novedoso para generar un vector de datos binarios convolucionados que representa una aproximación a una onda sinusoidal requerida como patrón de franjas en la reconstrucción 3D. Se implementó el algoritmo de recocido simulado (simulated annealing) y se compararon los

óptimos obtenidos con los del método de búsqueda exhaustiva. Los resultados numéricos muestran que la heurística propuesta es computacionalmente eficiente y que los óptimos obtenidos coinciden con los obtenidos mediante la técnica de búsqueda exhaustiva 2^n . En todos los casos analizados $n = 16, \dots, 32$, el método desarrollado requirió k –iteraciones, donde k es una fracción menor al 1% del tiempo empleado con la búsqueda exhaustiva. Asimismo, a partir de $n=21$, el error disminuye a medida que aumenta el número de nodos en la aproximación binaria o en el filtro gaussiano, lo cual es consistente con una representación más precisa de la onda sinusoidal.

Como trabajo futuro, se extenderá la propuesta a dos dimensiones y se analizará, mediante análisis de Fourier, la posibilidad de armónicos inducidos por los patrones. Asimismo, se llevarán a cabo pruebas experimentales para validar la propuesta teórica.

Referencias

1. S. Zhang, "Recent progresses on real-time 3D shape measurement using digital fringe projection techniques," *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 48, no. 2, pp. 149–158, 2010. doi:10.1016/j.optlaseng.2009.03.008
2. C. Quan, W. Chen, and C. J. Tay, "Phase-retrieval techniques in fringe-projection profilometry," *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 48, no. 2, pp. 235–243, 2010. doi:10.1016/j.optlaseng.2009.06.013
3. C. Zuo, L. Huang, M. Zhang, Q. Chen, and A. Asundi, "Temporal phase unwrapping algorithms for fringe projection profilometry: A comparative review," *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 85, pp. 84–103, 2016. doi:10.1016/j.optlaseng.2016.04.022
4. C. Zuo, S. Feng, L. Huang, T. Tao, W. Yin, and Q. Chen, "Phase shifting algorithms for fringe projection profilometry: A review," *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 109, pp. 23–59, 2018. doi:10.1016/j.optlaseng.2018.04.019
5. S. Zhang and P. S. Huang, "Phase error compensation for a 3-D shape measurement system based on the phase-shifting method," *Optical Engineering*, vol. 46, no. 6, p. 063601, 2007. doi:10.1117/1.2746814
6. Z. Li, Y. Shi, C. Wang, and Y. Wang, "Accurate calibration method for a structured light system," *Optical Engineering*, vol. 47, no. 5, p. 053604, 2008. doi:10.1117/1.2931517
7. S. Lei and S. Zhang, "Flexible 3-D shape measurement using projector defocusing," *Optics Letters*, vol. 34, no. 20, pp. 3080–3082, 2009. doi:10.1364/OL.34.003080
8. G. A. Ayubi, J. A. Ayubi, J. M. Di Martino, and J. A. Ferrari, "Pulse-width modulation in defocused three-dimensional fringe projection," *Optics Letters*, vol. 35, no. 21, pp. 3682–3684, 2010. doi:10.1364/OL.35.003682
9. J. Dai, B. Li, and S. Zhang, "High-quality fringe pattern generation using binary pattern optimization through symmetry and periodicity," *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 52, pp. 195–200, 2014. doi:10.1016/j.optlaseng.2013.06.010

10. J. Dai, B. Li, and S. Zhang, "Intensity-optimized dithering technique for three-dimensional shape measurement with projector defocusing," *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 53, pp. 79–85, 2014. doi:10.1016/j.optlaseng.2013.08.015
11. Y. Xiao and Y. Li, "High-quality binary fringe generation via joint optimization on intensity and phase," *Optics and Lasers in Engineering*, vol. 97, pp. 19–26, 2017. doi:10.1016/j.optlaseng.2017.05.006
12. F. Lu, C. Wu, and J. Yang, "High-quality binary fringe patterns generation by combining optimization on global and local similarity," *Journal of the European Optical Society-Rapid Publications*, vol. 14, no. 12, 2018. doi:10.1186/s41476-018-0081-0
13. A. Silva, A. Muñoz, J. L. Flores and J. Villa, "Exhaustive dithering algorithm for 3D shape reconstruction by fringe projection profilometry," *Applied Optics*, vol. 59, no. 13, pp. 31-38, 2019. doi:10.1364/AO.381924
14. D. C. Ghiglia and L. A. Romero, "Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods," *Journal of the Optical Society of America*, vol. 11, no. 1, pp. 107–117, 1994. doi:10.1364/JOSAA.11.000107
15. P. Siarry, G. Berthiau, F. Durdin and J. Haussy, "Enhanced simulated annealing for globally minimizing functions of many continuous variables," *ACM Transactions on Mathematical Software*, vol. 23, no. 2, pp. 209–228, 1997. doi:10.1145/264029.264043
16. B. Suman and P. Kumar, "A survey of simulated annealing as a tool for single and multiobjective optimization," *Journal of the Operational Research Society*, vol. 57, no. 10, pp. 1143–1160, 2005. doi:10.1057/palgrave.jors.2602068
17. J. H. Holland, "Genetic Algorithms," *Scientific American*, vol. 267, no. 1, pp. 66-72, 1992. doi:10.1038/scientificamerican0792-66
18. Antonio Muñoz, Omar Aguilar-Loreto and Abimael Jiménez-Pérez, "Patrones binarios unidimensionales para reconstrucción 3D: planteamiento inicial," *Innovación y desarrollo tecnológico revista digital*, vol. 17, no. 2, pp. 1084-1091, 2025.
19. G. Garnica, M. Padilla and M. Servin, "Dual-sensitivity profilometry with defocused projection of binary fringes", *Applied Optics*, vol. 56, no. 28, pp. 7985–7989, 2017. doi:10.1364/AO.56.007985

Simulación electromagnética del encapsulado de un acelerómetro MOEMS para uso en transformadores

Daniel Rivera Rojo, José Mireles Jr. Garcia, Abimael Jiménez Pérez, Ángel Saucedo Carvajal

Electrical and Computer Engineering Department, Autonomous University of Juárez, Del Charro 450, Juárez, Chihuahua, México

Resumen: El monitoreo y diagnóstico de transformadores de potencia es fundamental para garantizar la confiabilidad de los sistemas eléctricos. Se han desarrollado tecnologías que emplean sensores y dispositivos ópticos como solución para aplicaciones de potencia. En este trabajo se presenta un estudio del comportamiento electromagnético del encapsulado de un acelerómetro basado en un sistema micro-opto-electro-mecánico (MOEMS), bajo la influencia de un campo magnético externo generado por un transformador. El desempeño se evaluó mediante simulaciones bidimensionales en ANSYS Maxwell, comparando dos materiales: cobre (Cu) y alúmina (Al_2O_3). El modelo incluyó la simulación de un transformador con una bobina de 80 espiras, corriente de 20 A y frecuencia de 60 Hz. En el encapsulado de cobre, la exposición al campo magnético del transformador generó una densidad de corriente de Eddy de 15.76 A/m^2 y un campo magnético secundario de $0.2 \mu\text{T}$. Con estos parámetros, se cuantificaron la potencia disipada por efecto Joule, la fuerza de Lorentz y la aceleración asociada, obteniéndose valores considerablemente bajos. En contraste, el encapsulado de alúmina no presentó corrientes inducidas ni campos secundarios, lo que indica una interacción electromagnética no apreciable.

Palabras clave: encapsulado, simulación bidimensional, ANSYS Maxwell, alúmina, cobre.

1. Introducción

El monitoreo y el diagnóstico de los transformadores de potencia constituyen actividades fundamentales para garantizar la confiabilidad y la continuidad operativa de los sistemas eléctricos modernos. En las últimas décadas, se han desarrollado múltiples tecnologías de sensado para la medición de parámetros eléctricos, mecánicos y térmicos en estos equipos, entre las que destacan los sistemas inalámbricos, sensores de campo eléctrico basados en sistemas micro-electro-mecánicos (MEMS) y dispositivos ópticos diseñados para operar en entornos de alta tensión [1–3].

Entre estas alternativas, los sensores ópticos destacan por su inmunidad a las interferencias electromagnéticas, su excelente aislamiento eléctrico y su alta sensibilidad. Diversos estudios han demostrado el potencial de los interferómetros de fibra óptica, las rejillas de Bragg en fibra y los sistemas heterodinos para la

medición precisa de desplazamientos, vibraciones y otros parámetros físicos en condiciones industriales exigentes [4–7]. Estas ventajas han impulsado el desarrollo de sensores basados en sistemas micro-opto-electro-mecánicos (MOEMS), que integran componentes ópticos y MEMS en dispositivos compactos y de alta precisión [8–9].

Los dispositivos MEMS requieren un encapsulado que proporcione protección mecánica, estabilidad ambiental y soporte estructural durante su operación. El encapsulado representa una de las etapas más críticas del proceso de fabricación, ya que influye directamente en la confiabilidad, el desempeño y la vida útil del sensor [10–11]. Recientes investigaciones han explorado el uso de materiales cerámicos y tecnologías HTCC (high-temperature co-fired ceramic) para el encapsulado de sensores MEMS, resaltando sus excelentes propiedades térmicas, estabilidad mecánica y compatibilidad con aplicaciones de alta exigencia [12–13].

Sin embargo, la instalación de estos sensores en transformadores de alta tensión los expone a intensos campos magnéticos alternos. En tales condiciones, los materiales conductores presentes en el encapsulado pueden generar corrientes parásitas (corrientes de Eddy), que pueden provocar pérdidas energéticas, calentamiento por efecto Joule y fuerzas de Lorentz capaces de alterar el comportamiento mecánico de la estructura. Por el contrario, los materiales cerámicos, al poseer baja conductividad eléctrica, minimizan significativamente estos efectos [14].

A pesar del creciente interés en sensores ópticos y tecnologías MOEMS para aplicaciones industriales, la literatura científica se ha centrado principalmente en aspectos de diseño, fabricación, confiabilidad y caracterización mecánica. Hasta el momento de la presente investigación, se ha observado una escasez de estudios que realicen evaluaciones de la influencia de los campos magnéticos intensos sobre el comportamiento electromagnético del material de encapsulado de sensores MEMS [15].

El presente trabajo aborda esta brecha mediante el análisis del comportamiento electromagnético del encapsulado de un acelerómetro MOEMS expuesto a campos magnéticos generados por transformadores de potencia. Se comparan dos materiales de encapsulado: cobre y alúmina (Al_2O_3). El estudio se realiza mediante simulaciones de elemento finito en dos dimensiones, utilizando el software ANSYS

Maxwell, con el fin de evaluar la distribución del campo magnético, las corrientes de Eddy inducidas, la potencia disipada por efecto Joule y las fuerzas de Lorentz en cada configuración.

2. Metodología

2.1 Principios del método de simulación

El software ANSYS Maxwell [16] transforma las ecuaciones diferenciales de Maxwell, que describen el comportamiento del campo electromagnético, en un sistema de ecuaciones algebraicas que puede resolverse numéricamente. El sistema de las Ecuaciones de Maxwell, expresadas en unidades del sistema internacional son [17]:

Ley de Ampère

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \quad (1)$$

Ley de Faraday

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2)$$

Ley de Gauss para campo eléctrico

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3)$$

Ley de Gauss para magnetismo

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (4)$$

donde $\mathbf{B}$ es el campo magnético en Teslas (T), μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío en Tm/A, $\mathbf{J}$ es la densidad de corriente en A/m², ϵ_0 es la permitividad del vacío en F/m, $\mathbf{E}$ es el campo eléctrico en N/C, t es el tiempo en s y ρ es la densidad de carga volumétrica en C/m³.

Primeramente, se define una región finita del espacio y se realiza su discretización, dividiendo la geometría bidimensional del modelo en pequeños triángulos denominados elementos finitos. Esto crea una malla donde cada elemento está conectado a sus vecinos mediante puntos llamados nodos. Posteriormente, las ecuaciones de Maxwell se aproximan mediante interpolación en cada elemento finito. Esto permite expresar el campo electromagnético desconocido

en términos de valores nodales. Finalmente, cada ecuación diferencial se convierte en un conjunto de ecuaciones algebraicas lineales para cada elemento finito formando un sistema matricial de la forma:

$$\mathbf{K} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{f} \quad (5)$$

donde $\mathbf{K}$ es la matriz de coeficientes que depende de las propiedades y de la geometría del material, $\mathbf{u}$ es el vector de incógnitas que representa los valores del campo magnético en los nodos y $\mathbf{f}$ es un vector que contiene las fuentes del campo como ρ y $\mathbf{J}$. En la Ecuación (5), ANSYS Maxwell incorpora las condiciones de frontera apropiadas, como condiciones Neumann que dejan la matriz sin cambios o condiciones de Dirichlet que eliminan filas y columnas de nodos de frontera donde ya se conocen los componentes de la solución. Además, se definen las condiciones iniciales, las cuales son necesarias para problemas transitorios o dependientes del tiempo.

Una vez ensamblado el sistema de ecuaciones lineales, ANSYS Maxwell lo resuelve utilizando métodos matriciales como descomposición LU o Cholesky [18]. Después de obtener los valores nodales del campo magnético, el software calcula otras magnitudes importantes como el campo eléctrico, la fuerza de Lorentz, el torque o pérdida por corrientes de Eddy.

Para analizar la interacción entre el encapsulado y el campo magnético $\mathbf{B}$, es necesario considerar dos relaciones físicas fundamentales. La primera es la fuerza de Lorentz que es generada por corrientes inducidas en presencia de un campo magnético alternante, la cual está definida como [19]:

$$\mathbf{F} = \int (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) dV \quad (6)$$

donde dV es el elemento infinitesimal de volumen. La segunda es la potencia disipada por efecto Joule (calentamiento) debido a corrientes de Eddy definida por [19]:

$$P = \int (\mathbf{J} \cdot \mathbf{E}) dV = \int \left(\frac{\mathbf{J}^2}{\sigma} \right) dV \quad (7)$$

2.2 Modelo geométrico y materiales

El modelo bidimensional del encapsulado se basó en la estructura mostrada en la Figura 1. El modelo en ANSYS Maxwell utiliza las dimensiones mostradas en las Figuras 1(a) y 1(b). El material de cobre se empleó en el modelo debido a que, como se observa en la Figura 1(c), la versión preliminar del encapsulado incorpora este material. Debido a las limitaciones de la versión estudiantil de ANSYS Maxwell, el modelo no incorpora la tapa metálica del encapsulado a través de la cual se introduce la fibra para el sistema de interferometría óptica del acelerómetro como se muestra en la Figura 1(d).

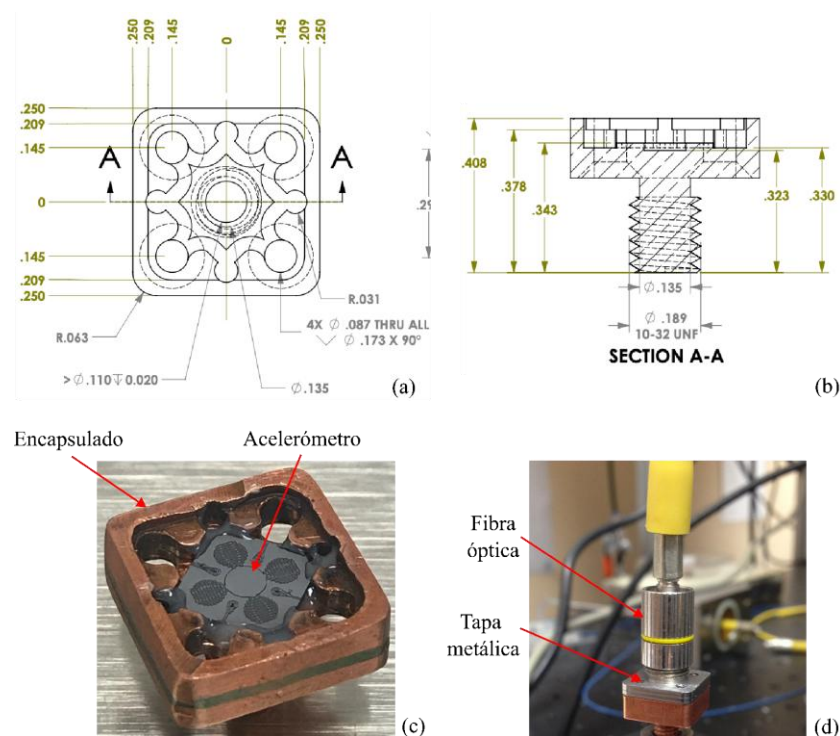


Figura 1. Encapsulado para acelerómetro MOEMS [8]. (a) Dimensiones de cara superior del encapsulado en pulgadas; (b) Sección transversal del encapsulado; (c) Acelerómetro y encapsulado fabricados; (d) Encapsulado de cobre con tapa metálica y fibra óptica.

La metodología de simulación se describe con el diagrama de flujo de la Figura 2. En la Figura 3 se muestra el modelo bidimensional desarrollado en ANSYS, correspondiente al segundo bloque del diagrama de la Figura 2. En la Figura 3(a) se muestra el devanado y el núcleo ferromagnético de la bobina de excitación, la ubicación del encapsulado y el límite de la región finita con aire. Cabe destacar que

la permeabilidad magnética relativa del aire y del aceite utilizado en un transformador es la misma [20]. La Figura 3(b) muestra un acercamiento al modelo bidimensional del encapsulado de la Figura 1(a). Debido a la limitación de 2000 triángulos y con el objetivo de minimizar el costo computacional, no se desarrolló un modelo tridimensional. Sin embargo, se preservan las características geométricas esenciales para el análisis de la interacción entre el campo magnético y el encapsulado. El volumen total del encapsulado fue de $1.52 \times 10^{-7} \text{ m}^3$, el cual fue calculado con las dimensiones de la Figura 1.

Se evaluaron dos configuraciones de encapsulado. La primera corresponde a la estructura original en cobre, utilizada como referencia debido a su elevada conductividad eléctrica y su susceptibilidad a la generación de corrientes de Eddy. La segunda corresponde a una estructura basada en alúmina, material ampliamente utilizado en aplicaciones electrónicas debido a sus propiedades dieléctricas y elevada estabilidad térmica [12, 13]. Las características electromagnéticas de cada material fueron asignadas conforme se ilustra en el diagrama de la Figura 2, haciendo uso de la base de datos integrada en ANSYS Maxwell.

2.3 Parámetros de simulación

Para reproducir condiciones representativas de operación en transformadores de potencia, el campo magnético fue generado con una bobina excitada por corriente alterna (ver Figura 3). Como se muestra en la Figura 2, se estableció una corriente de 20 A, una frecuencia de operación de 60 Hz y un devanado compuesto por 80 espiras. El encapsulado fue ubicado a una distancia de 35 cm respecto a la fuente de excitación. Los parámetros de operación fueron optimizados mediante un proceso iterativo hasta alcanzar un valor aproximado del campo de 1.6 T. Este valor representa la condición típica, previa a la saturación magnética del acero al silicio utilizado en transformadores [21, 22]. La generación del campo magnético se fundamenta en la Ley de Ampère (Ecuación 1), mientras que la inducción de corrientes parásitas en materiales conductores se describe mediante la Ley de Faraday (Ecuación 2).

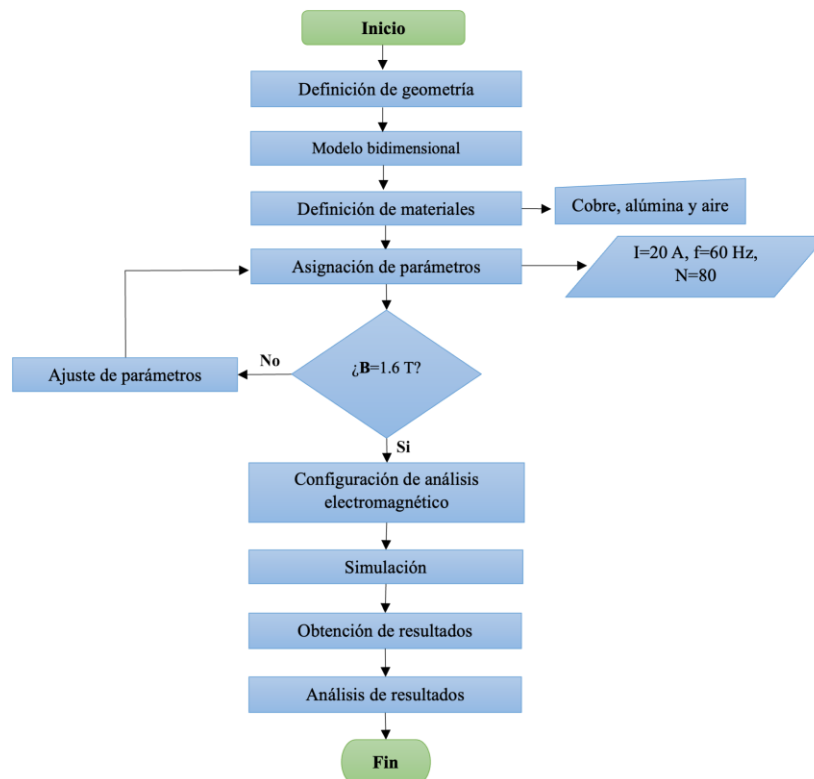


Figura 2. Diagrama de flujo del proceso de simulación del encapsulado en ANSYS.

Para representar adecuadamente un entorno abierto, se empleó una condición de contorno tipo Balloon en las fronteras externas del dominio de simulación [23] Esta condición permite que las líneas de flujo magnético se propaguen naturalmente fuera de la región analizada, reduciendo efectos artificiales asociados a fronteras finitas. Para equilibrar la precisión y eficiencia de la solución, el modelo se subdividió en regiones mediante una malla adaptativa automática con refinamiento local en las regiones próximas a la bobina y al encapsulado como se observa en la Figura 4. La implementación de esta estrategia permitió una captura más precisa de los gradientes del campo y la distribución de corrientes inducidas. Asimismo, esta estrategia se alinea con el procedimiento descrito en [24], donde se utilizó refinamiento adaptativo basado en estimadores de error local. Este enfoque concentra la solución numérica en las regiones de mayor relevancia, evitando así un incremento innecesario en el número de elementos en todo el dominio.

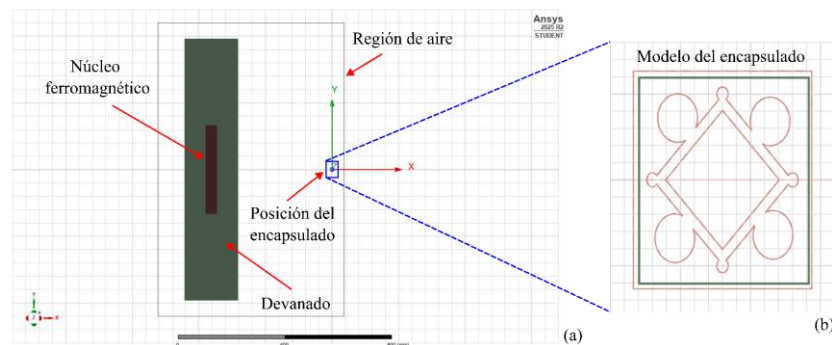


Figura 3. Modelo bidimensional empleado en la simulación de ANSYS Maxwell. (a) Modelo de la bobina de excitación (devanado y núcleo y región de aire); (b) Acercamiento al modelo del encapsulado.

Las simulaciones fueron realizadas utilizando el solucionador AC Magnetic (Eddy Current) [16]. Como resultado se obtuvieron los mapas de distribución del campo magnético y la densidad de corrientes de Eddy. Estos parámetros fueron empleados para comparar el desempeño de ambos encapsulados bajo condiciones idénticas de excitación electromagnética.

3. Resultados

En esta sección se presentan y discuten los principales resultados del estudio electromagnético de ambos encapsulados. La distribución del campo magnético mostró una concentración del flujo magnético en la región correspondiente al devanado y al núcleo magnético, comportamiento consistente con la configuración de excitación empleada. La Figura 5 muestra la distribución del campo cuando se utiliza el encapsulado de alúmina, para la cual se observa una intensidad aproximada de 1.642 T en la región de la bobina.

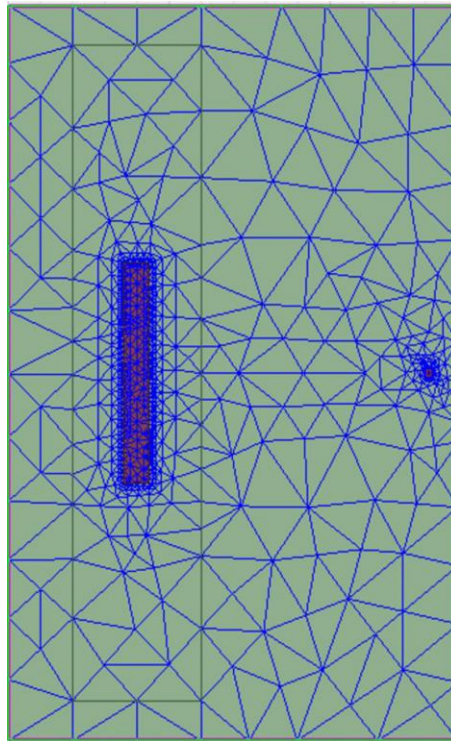


Figura 4. Estrategia de mallado para una discretización más fina en las regiones cercanas a la bobina y al encapsulado para capturar con mayor precisión los gradientes del campo electromagnético.

Cuando el encapsulado fue modelado con cobre, la distribución del campo magnético del transformador permaneció prácticamente sin cambios. Sin embargo, en el encapsulado de cobre se generó un campo magnético secundario, debido a las corrientes de Eddy, de baja magnitud y opuesto al campo magnético del transformador como se observa en la Figura 6.

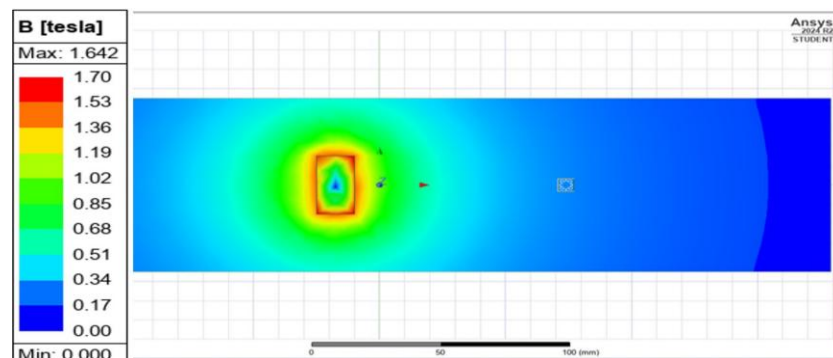


Figura 5. Distribución del campo magnético para el encapsulado de alúmina.

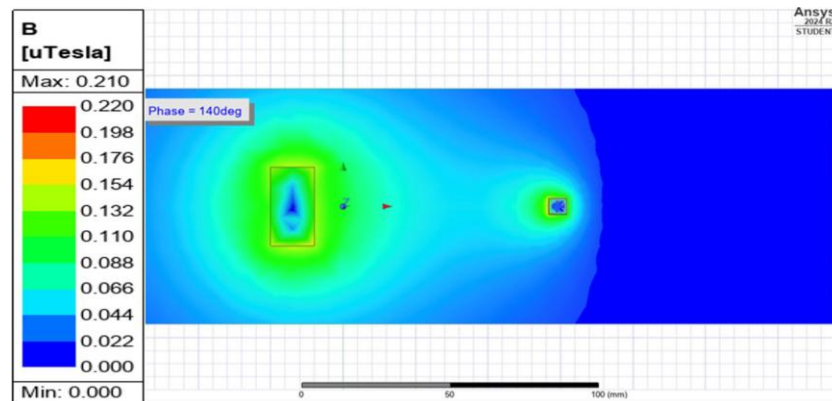


Figura 6. Distribución de B en el encapsulado de cobre.

En la Figura 7 se muestra la comparación entre los dos encapsulados donde es clara la generación del campo magnético secundario en el encapsulado de cobre a diferencia del encapsulado con alúmina, debido a que no se presentaron corrientes inducidas significativas, lo cual se atribuye a sus características dieléctricas. Estos resultados concuerdan con los reportados en la literatura para materiales cerámicos utilizados en encapsulados de MEMS y MOEMS para aplicaciones en ambientes electromagnéticos exigentes [12].

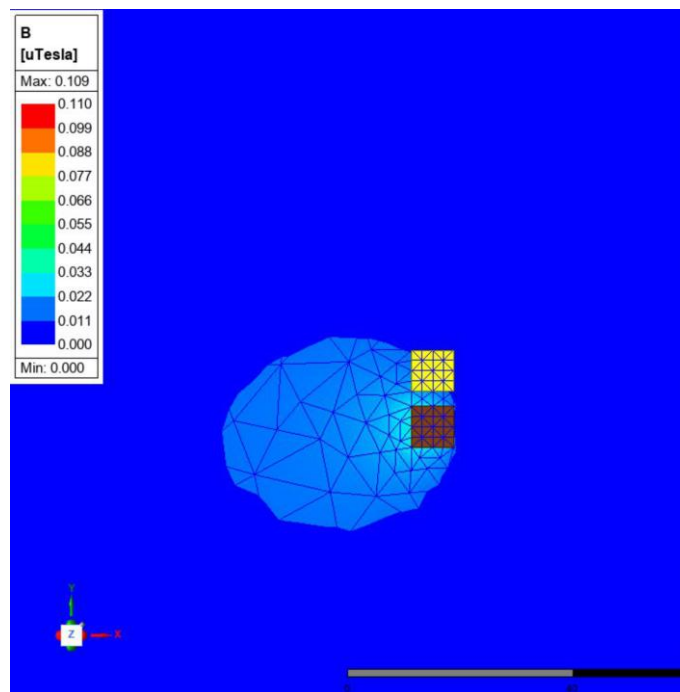


Figura 7. Comparación de la distribución del B en los dos encapsulados.

La alúmina ofrece excelentes propiedades para la miniaturización y una alta compatibilidad con procesos cerámicos de alta temperatura, tales como el HTCC. Sin embargo, su principal limitación radica en el bajo nivel de apantallamiento frente a interferencias electromagnéticas, por lo que se recomienda la incorporación de capas conductoras intermedias para alcanzar un mejor rendimiento en la atenuación de interferencias electromagnéticas [14].

La Figura 8 muestra la distribución de la densidad de corriente inducida para el encapsulado de cobre donde se observa un valor máximo de 15.76 A/m^2 , resultado consistente con la Ley de Lenz [19]. Esta propiedad se aprovecha, de manera benéfica, en el diseño de transistores de potencia mediante el uso de un encapsulado externo de cobre, el cual reduce drásticamente la radiación magnética del transistor gracias a la generación de corrientes de Eddy [25]. En la Tabla 1 se enlistan los principales parámetros obtenidos en la simulación del encapsulado de cobre.

Los resultados de las Figuras 5 a 8 se obtuvieron empleando la malla mostrada en la Figura 4, optimizada mediante refinamiento adaptativo y estimación del error. Este se definió a partir de dos indicadores: el error de energía, que cuantifica la variación local de energía, generada por los campos calculados, en cada elemento finito respecto a la iteración precedente; y el delta de energía, que mide el cambio en la energía total acumulada en el modelo con relación a la iteración anterior. El refinamiento adaptativo se prolongó hasta que la razón entre ambos errores alcanzó su valor mínimo de 4.89 %, en un lapso de 10 s y con una malla de 1,933 elementos, dentro del límite de 2,000 establecido en la versión estudiantil de ANSYS Maxwell.

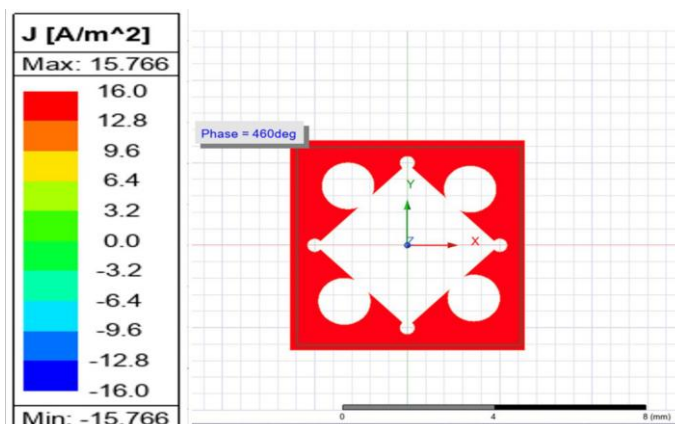


Figura 8. Mapa de color de la densidad de corriente inducida en el encapsulado de cobre.

Tabla 1. Resultados de simulación del encapsulado de cobre.

Parámetro	Símbolo	Valor	Unidad
Densidad de corriente inducida	$\mathbf{J}$	15.76	A/m^2
Magnitud del campo magnético en el encapsulado	$\mathbf{B}$	2.1×10^{-7}	T
Conductividad eléctrica del cobre	σ	5.8×10^7	S/m
Volumen del encapsulado	V	1.52×10^{-7}	m^3
Masa del encapsulado	m	1.36×10^{-3}	kg
Frecuencia de operación	f	60	Hz

Considerando únicamente la contribución de las componentes perpendiculares de los vectores involucrados en la Ecuación (6), la magnitud de la fuerza de Lorentz se calcula usando $F = JBV$. junto con los resultados de la Tabla 1. A partir de esta relación y utilizando los valores de la Tabla 1, se calculó la fuerza de Lorentz. Por otro lado, ANSYS determina $\mathbf{E}$ al resolver la Ecuación (2) y si la densidad de corriente es $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$, entonces $\mathbf{E} = \mathbf{J}/\sigma$.

Al sustituir en la Ecuación (7) y suponiendo que las magnitudes son constantes en el volumen de integración, la integral se reduce a $P = \mathbf{J}^2 V / \sigma$. Esta expresión permitió determinar la potencia disipada por efecto Joule debido a las corrientes de Eddy. Finalmente, la magnitud de la aceleración teórica máxima se obtuvo mediante la segunda ley de Newton: $a = F/m$. En la Tabla 2 se muestran los valores calculados de los parámetros, los cuales son muy pequeños para el caso del encapsulado de cobre y nulos para el encapsulado de alúmina. El valor de P fue validado mediante la integración numérica de la densidad de pérdida volumétrica en W/m^3 dentro del volumen del encapsulado utilizando ANSYS.

Tabla 2. Parámetros electromagnéticos calculados para el encapsulado de cobre.

Parámetro	Valor	Unidad
Potencia disipada por corrientes de Eddy	6.5×10^{-13}	W
Fuerza de Lorentz	5×10^{-13}	N
Aceleración teórica máxima	3.7×10^{-10}	m/s^2

Bajo las condiciones de simulación establecidas, los efectos térmicos derivados de la potencia disipada, así como los efectos mecánicos asociados a las corrientes de Eddy, pueden considerarse prácticamente insignificantes. Estos hallazgos son consistentes con los resultados presentados en [26], donde se establece que para una frecuencia de 100 Hz la potencia disipada por efecto Joule es despreciable en tubos de cobre ubicados en proximidad a motores eléctricos. No obstante, para una frecuencia de 1000 Hz, la potencia disipada alcanzó los 10 W. Cabe destacar que existe una relación entre la frecuencia, el espesor del material conductor y la intensidad del campo magnético, la cual determinará la magnitud del efecto de las corrientes de Eddy en un material conductor dado.

De acuerdo con los resultados obtenidos, resulta evidente que la principal diferencia entre ambos materiales, desde la perspectiva de la compatibilidad electromagnética, se manifiesta en la generación de campos magnéticos secundarios originados por las corrientes de Eddy. Sin embargo, no se debe a la generación de calor por disipación de potencia ni a la inducción de movimientos mecánicos significativos. En consecuencia, el material de alúmina constituye una alternativa viable, debido a su constante dieléctrica y corrientes de Eddy inexistentes, para el encapsulado de un sensor MOEMS en la detección de vibraciones en transformadores de potencia. Sin embargo, el encapsulado de cobre presentó valores tan reducidos de potencia disipada, fuerza de Lorentz y aceleración que no generan efectos térmicos ni fuerzas mecánicas apreciables.

4. Conclusiones

En el presente estudio, mediante simulaciones en ANSYS Maxwell, se comparó el comportamiento de encapsulados de cobre y alúmina para un acelerómetro MOEMS bajo la influencia de un campo magnético externo generado por un transformador de potencia. Los resultados muestran que el encapsulado de cobre interactúa con el campo magnético del transformador, generando corrientes de Eddy y un campo magnético secundario. En cambio, el encapsulado de alúmina no presenta corrientes inducidas. Esto se debe a la baja conductividad eléctrica y las propiedades dieléctricas que lo caracterizan, lo que sugiere una ventaja bajo las condiciones simuladas en entornos de campos magnéticos intensos.

La evaluación analítica de los efectos inducidos en el cobre arroja valores del orden de 6.5×10^{-13} W, 5×10^{-13} N y 3.7×10^{-10} m/s² para la potencia disipada

por efecto Joule, fuerza de Lorentz y aceleración máxima, respectivamente. Dichas magnitudes indican que, pese a existir interacción magnética, los efectos térmicos y mecánicos resultan despreciables bajo las condiciones estudiadas.

Como trabajo futuro, se recomiendan simulaciones tridimensionales, considerar la tapa del encapsulado en el modelo e integrar fenómenos electromagnéticos, térmicos y mecánicos en diferentes materiales y configuraciones geométricas.

Agradecimientos

Los autores expresan su agradecimiento a la Secretaría de Ciencia, Humanidades, Tecnología e Innovación (SECIHT) a través del proyecto MADTEC-2025-M-721 de Programas Nacionales Estratégicos de Ciencia, Tecnología y Vinculación con los Sectores Social, Público y Privado. Asimismo, el apoyo recibido a través de la beca de posgrado (6535c48a0ca83a5621ef7af6).

Referencias

1. S. Xu et al., "Transformer monitoring with electromagnetic energy transmission and wireless Sensing," *Sensors*, vol. 24, no. 5, p. 1606, Mar. 2024, doi:10.3390/s24051606
2. X. Zhu et al., "Non-invasive voltage measurement device based on MEMS electric field sensor and applications," *Electronics*, vol. 14, no. 11, p. 2140, May 2025, doi:10.3390/electronics14112140
3. M. B. Asl, I. Fofana, and F. Meghnefi, "Review of various sensor technologies in monitoring the condition of power transformers," *Energies*, vol. 17, no. 14, p. 3533, Jul. 2024, doi:10.3390/en17143533
4. H. C. Seat, E. Ouisse, E. Morteau, and V. Métivier, "Vibration displacement measurements based on a polarimetric extrinsic fibre Fabry Perot interferometer," *Measurement Science and Technology*, vol. 14, no. 6, pp. 710–716, Apr. 2003, doi:10.1088/0957-0233/14/6/302
5. M. Guo, H.-Y. Zhou, C. Shi, Y.-B. Li, Q. Zhang, and C.-R. Li, "Distributed partial discharge detection in a power transformer based on phase-shifted FBG," *IEEE Sensors Journal*, vol. 18, no. 7, pp. 2788–2795, Apr. 2018, doi:10.1109/jsen.2018.2803056
6. S. Korposh, S. W. James, S. Lee, and R. P. Tatam, "Tapered optical fibre sensors: current trends and future Perspectives," *Sensors*, vol. 19, no. 10, p. 2294, May 2019, doi:10.3390/s19102294
7. T. D. Nguyen, M. Higuchi, T. T. Vu, D. Wei, and M. Aketagawa, "10-pm-order mechanical displacement measurements using heterodyne interferometry," *Applied Optics*, vol. 59, no. 27, p. 8478, Sep. 2020, doi:10.1364/ao.400682
8. J. Mireles, Á. Saucedo, A. J. Pérez, M. Ramos, and R. González-Landaeta, "Design and development of a MOEMS accelerometer using SOI technology," *Micromachines*, vol. 14, no. 1, p. 231, Jan. 2023, doi:10.3390/mi14010231
9. S. Holmström, U. Baran, and H. Ürey, "MEMS laser scanners: A review," *Journal of Microelectromechanical Systems*, vol. 23, no. 2, pp. 259–275, Apr. 2014, doi:10.1109/jmems.2013.2295470

10. H. van Heeren, A. El-Fataty, L. Paschalidou, et al., "Industrial packaging and assembly infrastructure for MOEMS," *J. Micro/Nanolith. MEMS MOEMS*, vol. 4, no. 4, p. 041701, Oct. 2005, doi:10.1117/1.2121367
11. J. Kähler, A. Stranz, A. Waag, et al., "Packaging of MEMS and MOEMS for harsh environments," *J. Micro/Nanolith. MEMS MOEMS*, vol. 11, no. 2, p. 021202, May 2012, doi:10.1117/1.JMM.11.2.021202
12. A. Schubring and Y. Fujita, "Ceramic package solutions for MEMS sensors," 2007 32nd *IEEE/CPMT International Electronic Manufacturing Technology Symposium*, San Jose, CA, USA, 2007, pp. 268-272, doi:10.1109/IEMT.2007.4417075
13. K. Murthy, "HTCC approach for packaging MEMS accelerometer sensors and associated ROIC," *International Journal of Advanced Research*, vol. 6, no. 7, pp. 537-552, 2018, doi:10.21474/ijar01/7395
14. G. Sang et al., "Ni@CNTs/Al₂O₃ ceramic composites with Interfacial solder strengthen the segregated network for high toughness and excellent electromagnetic interference shielding," *ACS Applied Materials & Interfaces*, vol. 14, no. 3, pp. 4443-4455, Jan. 2022, doi:10.1021/acsami.1c21630
15. J. Gao, J. Xia, Y. Lu et al., "Current research status of micro-electro-mechanical systems (MEMS) packaging process equipment," *Int. J. Precis. Eng. Manuf.*, 2026, doi:10.1007/s12541-026-01501-z
16. ANSYS Inc., "ANSYS maxwell getting started," Release 2020 R2, 2020. [Online]. Available: https://innovationspace.ansys.com/courses/wp-content/uploads/sites/5/2021/07/MAXW_GS_2020R2_EN_LE01.pdf
17. F. Assous and I. Raichik, "A finite element method to solve the Maxwell equations in three-dimensional singular geometry," in 2023 *Photonics & Electromagnetics Research Symposium (PIERS)*, Prague, Czech Republic, 2023, pp. 263-271, doi:10.1109/PIERS59004.2023.10221413
18. P. Božek, Y. Nikitin, and T. Krenický, "Methods, models, algorithms for diagnostics of mechatronic systems," *Diagnostics of Mechatronic Systems, Studies in Systems, Decision and Control*, vol. 345, Springer, Cham, 2021, doi:10.1007/978-3-030-67055-9_2
19. D. J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*, 5th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2023
20. Z. Li, T. Li, Y. Guo, and S. Wang, "Research on electromagnetic-thermal-mechanical multiphysics coupling simulation analysis of converter transformers," *EAI Endorsed Trans. Energy Web*, Apr. 2026
21. A. E. Fitzgerald, *Electric machinery*, 5th ed. London: McGraw Hill, 1992
22. I. Daut, S. Hasan, and S. Taib, "Magnetizing current, harmonic content and power factor as the indicators of transformer core saturation," *Journal of Clean Energy Technologies*, vol. 1, no. 4, pp. 304-307, Jan. 2013, doi:10.7763/jocet.2013.v1.69
23. ANSYS Inc., "Balloon," ANSYS Help, 2024 [Online]. Available: <https://ansyshelp.ansys.com/public/Views/Secured/Electronics/v242/en/Subsystems/Maxwell/Content/Balloon.htm>
24. P. González-Casanova, J. A. Muñoz-Gómez, and G. Rodríguez-Gómez, "Node adaptive domain decomposition method by radial basis functions," *Numer. Methods Partial Differential Eq.*, vol. 25, pp. 1482-1501, 2009, doi:10.1002/num.20410

25. D. Chen, S. Shao, S. Ding, H. Zhao, Y. Du, and R. Zhang, "Using eddy current effect to mitigate near-field magnetic radiation in SiC-MOSFETs half-bridge," *Electronics*, vol. 15, no. 11, Art. no. 2329, 2026, doi:10.3390/electronics15112329
26. M. N. F. Ibrahim and P. Sergeant, "Prediction of eddy current losses in cooling tubes of direct cooled windings in electric machines," *Mathematics*, vol. 7, no. 11, Art. no. 1096, 2019, doi:10.3390/math7111096